

Microwave Holographic에 관한 연구

이영훈, 강 진

I. 서론

II. Fourier Transform

III. 안테나 표면의 구조

IV. 샘플링 이론

V. Iterative Scheme

VI. Aperture 연산 방법

VII. 공식화

VIII. 연산결과

IX. 결 론

참고문헌

I. 서 론

파라보릭 안테나 표면의 굴곡은 beamwidth, boresight location, gain, 안테나 방사 패턴의 sidelobe 구조에 영향을 준다. 이러한 이유로 인하여 reflector surface의 error를 줄이기 위한 여러가지 방법이 제기됨.

- 1) Mechanical surface measurement
 - 2) Optical surface measurement
- time-consuming
repeated measurement

- 3) Microwave holographic measurement

Microwave holographic method를 간단히 설명하면

- 1) Antena에서 complex(amplitude and phase) far-field (or Fresnel zone) pattern을 측정

2) Surface profile는 far-field와 surface current의 관계를 Fourier transform하여 구성

3) Phase data로부터 surface distortion을 결정
Microwave holographic의 방법을 이용함으로써 실 시간에 안테나의 곡면을 측정 할 수 있다.

이 보고서는 이러한 방법의 이론적인 면과 지금까지 외국에서 연구한 결과를 검토한다.

II. Fourier 변환

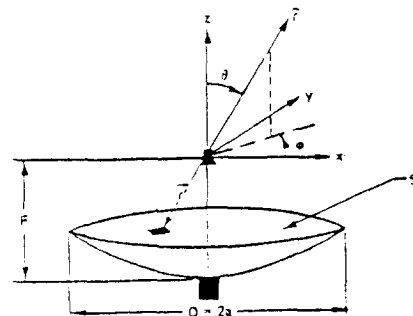


그림 1. 파라보릭 안테나의 기하학적 도해

Source 는 reflector를 거쳐서 z방향으로 전파
한다고 가정함
reflector에 유기되는 전류

$$\vec{J}=2\hat{n}\times\vec{H}_i \dots\dots\dots (1)$$

\hat{n} :표면 단위 벡터

H_i:자계

Vector Potential \vec{A} , \vec{H} , \vec{E}

$$\vec{A}=\int_V \vec{J} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} ds' \dots\dots\dots (2)$$

$$\vec{H}=\vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{j\omega\epsilon}\vec{\nabla} \times \vec{H} \dots\dots\dots (3)$$

위의 결과로 부터 \vec{E} , \vec{H} 를 구하면

$$\vec{H}=jk\frac{\exp(jkr)}{4\pi r}(T_\phi\hat{\theta}-T_\theta\hat{\phi}) \dots\dots\dots (4)$$

$$\vec{E}=jk\eta\frac{\exp(jkr)}{4\pi r}(T_\phi\hat{\theta}-T_\theta\hat{\phi}) \dots\dots\dots (5)$$

여기서

$$T(\theta,\phi)=\int_s \vec{J}(\vec{r}')\exp(jk\vec{r}\vec{r}')ds' \dots\dots\dots (6)$$

Jacobian 변환 개념을 이용하여 좌표계(ρ' ,
 ϕ'), (x' , y')로 적분하면

$$T(\theta,\phi)=\int_s \vec{J}(\vec{r}')\exp(jk\vec{r}\vec{r}')J_s dx'dy' \dots\dots\dots (7)$$

$$J_s=\left[1+\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (8)$$

f는 reflector surface를 나타낸다.

$$Z=f(x,y)=f(\theta,\phi) \dots\dots\dots (9)$$

$$\vec{J}(x',y')=\vec{J}(\vec{r}')J_s=2\vec{N}\times\vec{H}$$

$$\vec{r}'\cdot\hat{r}=z'\cos\theta+ux'+vy' \dots\dots\dots (10)$$

$$u=\sin\theta\cos\phi, v=\sin\theta\sin\phi$$

(10)의 정의로부터 (7)식을 정리하면

$$T(u,v)=\int_s \vec{J}(x',y') [\exp(jkz'\cos\theta)] \exp[jk(ux'+vy')] dx'dy' \dots\dots\dots (11)$$

(11)식에서 z=일정 한 경우 (11)식은 F.T가 성립된다.

그러나 곡면 부분에 대해서는 (11)식은 성립하지 않는다. 그러므로 (11)식을 다시 표현하면

$$T(u,v)=\int_s J(x',y') \exp(jkz') \exp[-jkz'(1-\cos\theta)] \exp[jk(ux'+vy')] dx'dy' \dots\dots\dots (12)$$

(12)식에서 $\theta \ll \theta_0$ 에 대해서 $\exp[-jkz'(1-\cos\theta)]$ 를 Taylor 급수를 이용하면

$$T(u,v)=\sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} \left[-jk(1-\cos\theta) \right]^p T \dots\dots\dots (13)$$

$$T_p=\int_s z'^p J(x',y') \exp(jkz') \exp(ux'+vy') dx'dy'$$

여기서 (13)은 F.T의 합이다.

$$T(u,v)=\int J(x',y') \exp(jkz') \exp[jk(ux'+vy')] dx'dy' \dots\dots\dots (14)$$

(13)식에서 값이 크면 feed의 displacement를 표시한다.

일단 T가 구해지면 far-field pattern components로부터 구해진다. spherical far-field pattern component Tx, Ty, Tz를 구하면

$$\begin{bmatrix} T_\theta \\ T_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \dots\dots (15)$$

Farfield pattern의 co-polar와 cross-polar의 정의로부터

$$\begin{bmatrix} T_{\text{co-pol}} \\ T_{\text{cross-pol}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\phi & -\cos\phi \\ \cos\phi & -\sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\theta} \\ T_{\phi} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

(15), (16)에서 $\theta \ll 0$ 인 경우에 대해서

$$\begin{bmatrix} T_{\text{co-pol}} \\ T_{\text{cross-pol}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_y \\ T_x \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

(17)송신과 형태와 수신과 형태가 같다는 것을 의미하며 만약 방사 안테나에 평면파가 입사된다면 feed는 wave 편파에 따라 달라진다는 것을 의미한다.

III. 안테나 표면의 구조

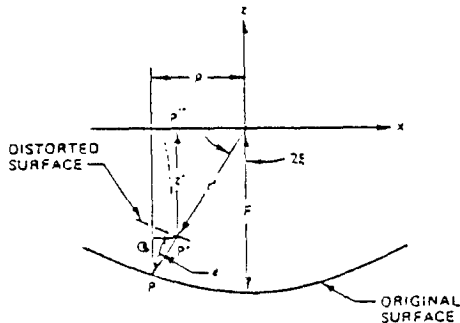


그림 2. 표면 돌출구의 구조

(14)식은 표면에 유기된 전류와 far-field pattern에 대한 F.T이다. surface profile를 알아보기 위하여 feed는 reflector 초점에 있다고 가정하면 표면 굴곡을 $\epsilon(x,y)$ 로 나타낸다.

그림 2에서

$$P'P + PQ = \frac{\epsilon}{\cos\zeta} + \frac{\epsilon}{\cos\zeta} \cos 2\zeta = 2\epsilon \cos\zeta \quad (18)$$

parabolic reflector에서

$$\cos = \left(1 + \frac{\rho^2}{4F^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{4f^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (19)$$

(14)식에서

$$J(x',y') \exp(jk\mathbf{r}') = J(x',y') \exp(jkr' + jkz') \dots\dots\dots (20)$$

(20)식에서 지수항

$$\begin{aligned} -r' + z' &= -r' - p'p'' \\ &= -r' - p'p'' - p'p'Q + p'p + pQ \dots\dots\dots (21) \\ &\leftarrow r' - p'p'' - p'p - pQ + f \quad p'p + pQ \end{aligned}$$

parabolic reflector에 대해서

$$-r' - p'p'' - p'p - pQ = -2F \dots\dots\dots (22)$$

그러므로

$$-r' + z' = -2F + 2\epsilon \cos\zeta \dots\dots\dots (23)$$

전체 distortion phase error

$$\delta = 4\pi \left(\epsilon / \lambda\right) \cos\zeta \dots\dots\dots (24)$$

그러므로 (14)식을 다시쓰면

$$T(u,v) = \exp(-j2kf) \int_S J(x',y') \exp(j\delta) \exp\{jk(ux' + vy')\} dx'dy' \dots\dots\dots (25)$$

만약 amplitude와 phase가 측정되면(25)식을 inverse F.T하면 surface distortion을 구할 수 있다.

$$|J(x,y) \exp(j\delta)| = \exp(jkf) \mathcal{F}^{-1} [T(u,v)] \dots\dots\dots (26)$$

과장에 따른 surface distortion은 (27)식으로 부터 구한다.

$$\frac{\epsilon(x,y)}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{(x^2 + y^2)}{4f^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{Phase} \exp(j2kf) \mathcal{F}^{-1} [T(u,v)] \dots\dots\dots (27)$$

(26)에서 Phase항은 phase reference와 feed displacement로 인한 beam displacement를 정의하는데 이용한다.

이러한 단점을 보완한 안테나가 Cassegrainian antenna이다.

IV. Sampling 이론

$$T = \int_{\gamma} J(x', y') \exp(jkz) \exp\{jk(u\hat{x} + v\hat{y})\} d\hat{x} d\hat{y} \quad (28)$$

(28)식은 유한 부분에 대한 적분이고 T의 F.T은 무한 범위에 대한 적분을 말한다. 역으로 말하면 F.T이 유한한 부분을 적분하면 sampling theorem은 sampling point 값에 따라서 T(u,v)를 나타낼 수 있다. 직경 D인 reflector에 대해서

$$\text{largest sampling interval} = \frac{1}{D/\lambda} \quad (29)$$

FFT algorithm은 (26)식을 계산하기 때문에 aliasing 문제를 해결 하기 위해서 (28)보다 더 좁은 간격으로 sampling 하여야 한다. 이러한 이유로 해서 sampling 간격을 다음과 같은 정의하면

$$\Delta u = \Delta v = \frac{k}{D/\lambda} \quad 0.5 < k < 1 \quad (30)$$

T(u,v)의 범위와 S/N을 알고 있다면 (26)으로부터 정확한 surface distortion을 알 수 있다.

만약 u,v 방향에 측정된 Sampling point 수를 N_{MSR} 로 정의하면 측정된 data의 전체 수는

$$N_{MSR} N_{MSR} = (2N+1)(2N+1) \quad (31)$$

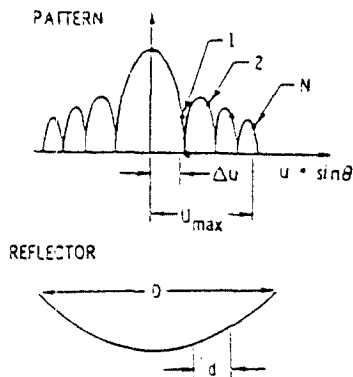


그림3. 파라볼릭 안테나의 far-field 패턴의 샘플링 포인트

여기서 N은 그림3에서 보는바와 같이 boresight의 한쪽면에서 측정된 data의 수이다.

간단히 말해서 FFT algorithm를 이용하기 위한 전체 sampling point 수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{전체 sampling point 수} = N_F N_F \quad (32)$$

$N_F > N_{MSR}$ 때 측정된 pattern의 범위는 넓혀야 한다.

(26)은 FFT를 이용하였기 때문에 $\epsilon(x,y)$ 의 값을 계산하기 위한 샘플링 interval은

$$x = \frac{D}{K(N_F-1)} \quad y = \frac{D}{K(N_F-1)} \quad (33)$$

V. Iterative Scheme

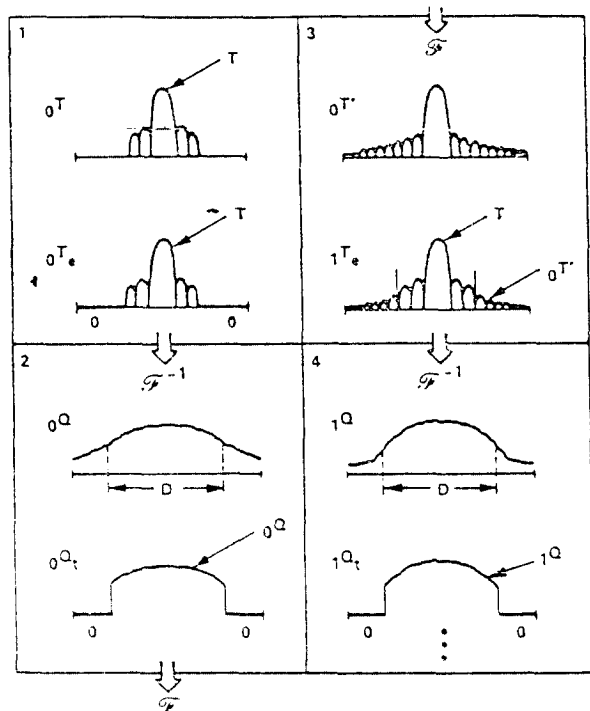


그림4. iterative Scheme 단계

Resolution을 향상 시키기 위해서 측정된 data T(u,v)의 범위를 넓힐 필요가 있다.

$$T(u,v) = \mathcal{F}[Q] = \int Q(x',y') \exp \{jk(ux' + vy')\} dx'dy' \dots\dots\dots (34)$$

$Q(x',y')$:band limited function.

(34)의 적분 범위를 무한하게 함으로써 F.T 관계가 성립한다.

$$Q(x',y') = \mathcal{F}^{-1}[T] \dots\dots\dots (35)$$

T는 측정 범위에서 계산 되었으므로 그림 5에 서와 같이 iterative 방법을 사용한다.

이 과정에서 T는 안테나의 측정범위이고 안테나 외부에서 T=0이다.

$oTe = T$: in the original domain.

$oTe = 0$:extension.

여기서 inverse F.T 함으로써 Q를 얻을수 있다.

oTe 는 truncated function이고 oTe inverse F.T 함으로써 oQ 이고 oQ 를 truncate 한것이 oQt 이다.

oQe 를 F.T 한것이 oT' 이고 oT' 로 부터 첫번째 inverse oTe' 를 얻는다.

$1Qt$ 를 inverse F.T 함으로써 $1Q$ 를 얻고 truncate 한것이 $1Te$ 이다.

이것을 여러번 실행함으로써 안테나 범위 이외에서는 $Q(x,y)$ 는 감소한다. 여기서 Q의 값이 결정되면 (26)로 부터 $Q(x,y)$ 를 구한다.

VI. Aperature 연산 방법

Reflector illumination과 surface distortion에 따라서 측정된 amplitude와 phase의 불규칙성을 가지고 aperature distribution을 연산한다.

이 model은 amplitude와 phase가 원으로 대칭이라고 가정한다. 이 가정은 sampling 간격에 따라서 far-field pattern을 구성할 수 있음을 알려준다.

이 data에 FET를 적용함으로써 surface distortion을 구성할 수 있다. 이에 대한 흐름도를 그림 5에 나타낸다.

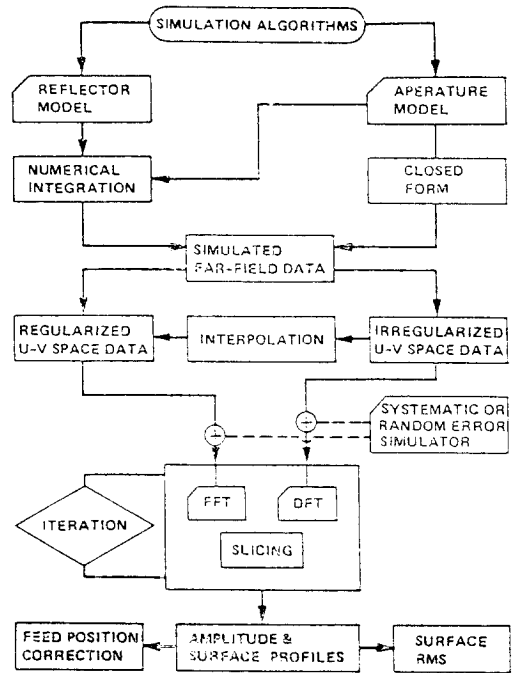


그림5. Microwave holographic 연산에 관한 흐름도

VII. 공식화

원형 aperature에 따른 기하학적인 도해는 그림 6이다.

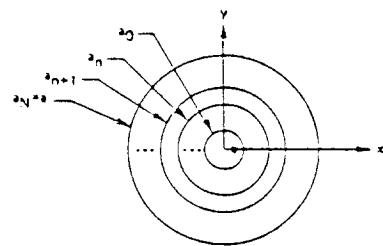


그림6. 원형 aperature 기하학적 도해

이 aperature의 반경은 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ 으로 정의한다. aperature에서 amplitude와 phase distribution을 Q, σ 라 가정하고 이 함수들은 대칭이다.

이 aperature distribution의 far-field pattern은 F.T을 이용한다.

$$T = \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_0^{2\pi} Q(\rho) \exp(j\delta) \exp(jk\rho \sin \theta \cos(\phi - \phi')) \rho' d\rho' d\phi' \dots\dots\dots (36)$$

a_n 에서 Phase distrbution이 있다고 가정하며 (36)식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \exp(j\delta n) \dots\dots\dots (37)$$

$$T_{n,n-1} = T_n - T_{n-1}$$

$$T_n = 2\pi \int_0^{a_n} Q(\rho) J_0(k\rho \sin \theta) \rho' d\rho' \dots\dots\dots (38)$$

J_0 : zero-order Bassel function.
aperture amplitude distribution은 다음과 같이 정의한다.

$$Q(\rho) = B + C \left[1 - \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \right]^P, \quad B + C = 1 \dots\dots\dots (39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{B:edge taper} \\ \text{edge tape} = 20 \log B \\ 1 < p < 2 \end{array} \right.$$

$$I_p(\alpha) = 2 \int_0^1 x^{2p+1} J_0(\alpha x) dx$$

$$= \frac{2}{\alpha} J_1(\alpha) - P \left(\frac{2}{\alpha} \right)^2 J_2(\alpha) + P(P-1) \left(\frac{2}{\alpha} \right)^4 J_4(\alpha) \dots\dots (40)$$

$$I_p(0) = \frac{1}{p+1}, \quad U = k a_n \sin \theta$$

(38)식을 (37)에 대입하여(39)식을 이용하면 (41), (42)와 같이 나타낼 수 있다.

$P=1$:

$$T_n = \pi a_n^2 \left\{ B \frac{2}{U_n} J_1(U_n) + C \left[\frac{2}{U_n} J_1(U_n) - \frac{a_n^2}{a^2} \left(\frac{2}{U_n} J_1(U_n) - \left(\frac{2}{U_n} \right)^2 J_2(U_n) \right) \right] \right\}$$

$$T_0 = \pi a_n^2 \left[B + C \left(1 - \frac{a_n^2}{2a^2} \right) \right] \dots\dots\dots (41)$$

$P=2$:

$$T_n = \pi a_n^2 \left\{ B \frac{2}{U_n} J_1(U_n) + C \left[\frac{2}{U_n} J_1(U_n) - \frac{2a_n^2}{a^2} \left(\frac{2}{U_n} J_1(U_n) - \frac{4}{U_n^2} J_2(U_n) \right) + \frac{a_n^4}{a^4} - \frac{2}{U_n} J_1(U_n) \right] \right\}$$

$$- 2 \left(\frac{2}{U_n} \right)^3 J_2(U_n) + 2 \left(\frac{2}{U_n} \right)^3 J_3(U_n) \dots\dots\dots (42)$$

$$T_n(0) = \pi a_n^2 \left[B + C \left\{ 1 - \frac{a_n^2}{a^2} + \frac{a_n^4}{3a^4} \right\} \right] \dots\dots\dots (42)$$

(41), (42) (38)을 이용하여 far-field를 구성할 수 있다.

reflector surface distortion에 따른 aperater error 는

$$\delta_n = 4\pi \frac{a_n}{\lambda} \left(1 + \frac{a_n^2}{4F^2} \right)^{1/2}$$

ϵ_n, a_n : surface distortion.

n : n 번째 radius.

$$\tilde{a}_n = \frac{a_n + a_{n-1}}{2}$$

VIII. 연산 결과

64M praholar 안테나, S-band 이용
 $f=2.281 \text{ GHz}, \lambda=13.18\text{cm}$

$$\frac{a_n}{\lambda} = 243.3(a \text{ 번째 반경})$$

$$\frac{F}{\lambda} = 1030.56(\text{초점 거리})$$

$$\frac{a_0}{\lambda} = 25.5(a \text{ 번째 반경})$$

ET:-10dB(Edge taper)

P1

surface profile은 다음과 같이 하였다.

$$\frac{\epsilon_1}{\lambda} = 0 \quad 25.5 < \frac{\rho}{\lambda} < 80$$

$$\frac{\epsilon_2}{\lambda} = 0.02 \quad 80 < \frac{\rho}{\lambda} < 100$$

$$\frac{\epsilon_3}{\lambda} = 0 \quad 100 < \frac{\rho}{\lambda} < 150$$

$$\frac{\epsilon_4}{\lambda} = 0.10 \quad 150 < \frac{\rho}{\lambda} < 180$$

$$\frac{\epsilon_5}{\lambda} = 0 \quad 180 < \frac{\rho}{\lambda} < 243.50$$

이에 대한 amplitude와 phase pattern은 그림8과 같다. sampling interval, sampling point와 같은 parameter를 변화시킴으로서 정확한 holographic을 구성할 수 있다. 이러한 방법을 이용한 것이 그림8이다.

이 경우 sampling interval

$$u = k \frac{\lambda}{2a} = 0.81 \times 0.00206$$

sampling 수 = $N_{MSR} = 63$

FFT point $N_f = 128$ 인 경우에 아주 잘 나타났다. iteration scheme를 사용하면 reflector 이외에 서는 surface profile의 amplitude가 감소하였다.

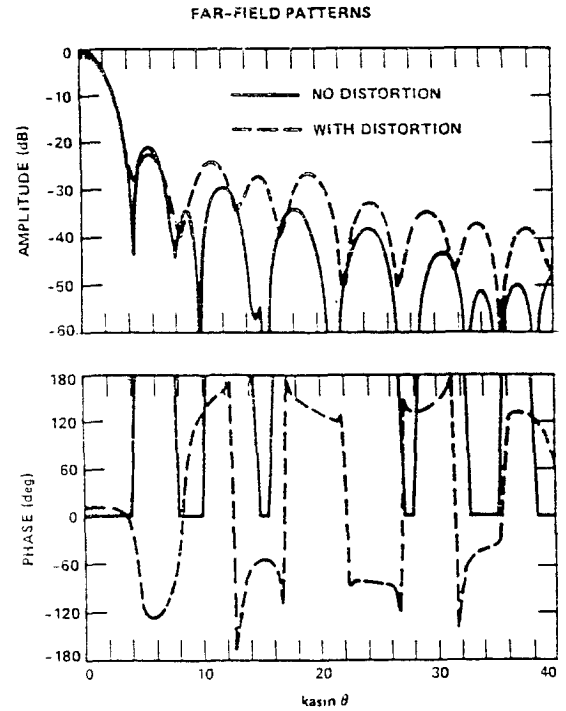
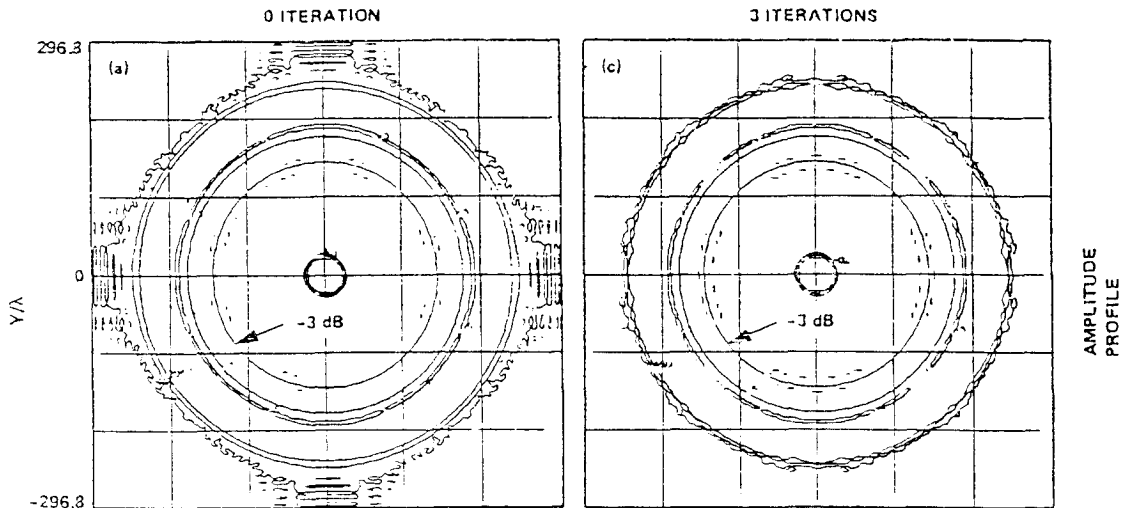


그림7. 연산화 far-field 패턴



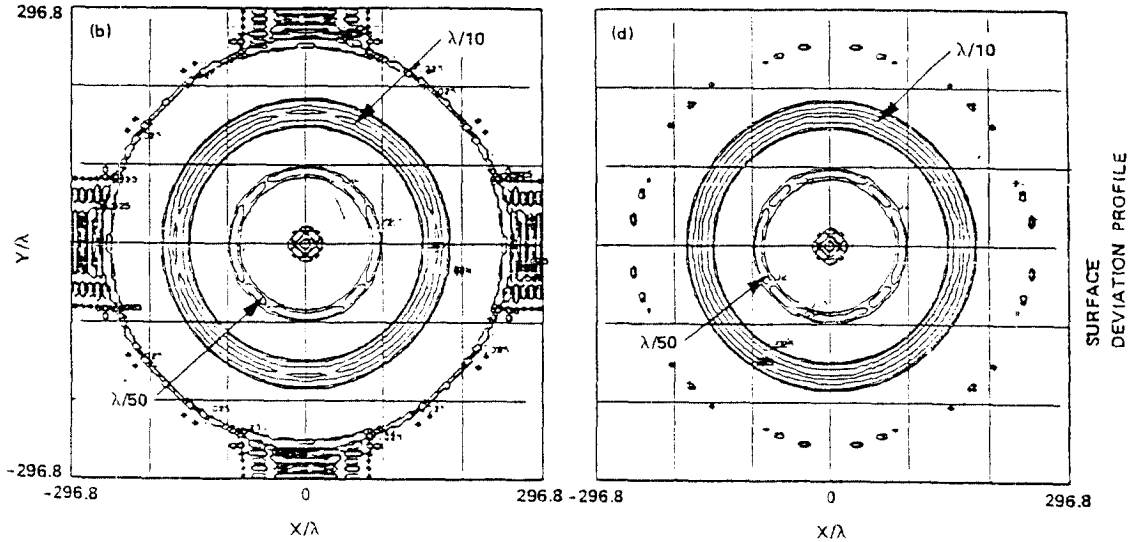


그림8. 주어진 data를 구성한 microwave holographic

IX. 결 론

현재 reflector holography 측정 방법을 NASA/JPL을 중심으로 연구가 활발히 이루어지고 있다. 여기에서는 이 방법의 개념에 대해서만 요약하였다.

Holography의 이점은 안테나 설계를 적은 비용으로 효과적으로 설계할 수 있으며, 현재 위성통신에 사용되는 안테나를 설계함으로써 효과적이고 통신에 이용할 수가 있다.

다음에 far-field와 Near-field를 이용해서 실제 안테나 설계에 이용하도록 하여야 한다.

* 참고 문헌

1. J.C. Bennet, A.P. Anderson, etc.
"Microwave holographic metrology of large

reflector antenna", IEEE Trans. Ant. prop., AP-24, pp 295-303, 1976.

2. Y. Rahmat-Samii, "Surface diagnosis of large reflector antennas using microwave holography metrology-iterative approach." Radio Science, pp.1205-1217, 1984.
3. A. Papoulis, "A new algorithm in spectral analysis and band-limited functions." IEEE Trans. circuit syst., Vol.22, pp.735-742, 1975.
4. Y. Rahmat-Samii, "Microwave holographic metrology for antenna diagnosis." IEEE. Ant. prop. society newsletter, June 1987.
5. Y. Rahmat-Samii, etc. Shaped reflector antenna analysis using the Jacobi-Bessel series, IEEE Trans. Ant. prop., AP-28, pp.425-435, 1980.