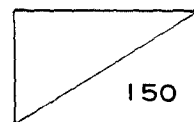
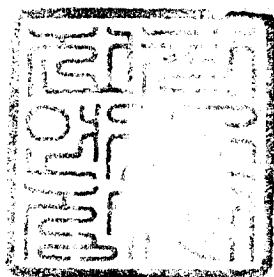


RRL
88-04



위성 추적을 위한 Multi-Band Feeder와 추적용 Software의 개발에 관한 연구(Ⅱ)

1988. 3



전 파 연 구 소

배 포 선

사 본 번 호	부 수	배 포 선
1/150 ~ 2/150	2	한국과학기술원 연학과 영구보존용
3/150 ~ 50/150	48	한국과학기술원 전기 및 전자공학과
51/150 ~ 150/150	100	전파연구소

제 출 문

전파연구소장 귀하

본 보고서를 “위성 추적을 위한 Multi-Band Feeder 와
추적용 Software 의 개발에 관한 연구(Ⅱ)”의 최종 보고서로 제
출합니다.

1988. 3.

한 국 과 학 기 술 원

원 장 이 정 오

연 구 기 관 명 : 한 국 과 학 기 술 원

전 파 연 구 소

연 세 대 학 교

총괄연구책임자 : 나정웅 (한국과학기술원 교 수)

연 구 책 임 자 : 윤명중 (한국과학기술원 부 교 수)

최규홍 (연 세 대 학 교 · 부 교 수)

연 구 원 : 이재현 (한국과학기술원 박사과정)

김종준 (한국과학기술원 박사과정)

한재원 (한국과학기술원 박사과정)

강 진 (전 파 연 구 소)

조성태 (전 파 연 구 소)

김경미 (연 세 대 학 교 박사과정)

연 구 조 원 : 신일영 (한국과학기술원 석사과정)
홍성용 (한국과학기술원 석사과정)
양상용 (한국과학기술원 석사과정)
박동국 (한국과학기술원 석사과정)
윤상호 (한국과학기술원 석사과정)
임홍규 (한국과학기술원 석사과정)
김창우 (한국과학기술원 석사과정)
이병선 (연 세 대 학 교 석사과정)
박상영 (" 석사과정)
최윤정 (" 석사과정)
김상희 (" 석사과정)

머 리 말

우리나라 상공을 통과하는 위성들을 식별하고 그 전자파 특성을 파악하여 위성에 대한 정보를 얻고, 그를 추적할 수 있는 기능은 중요한 과제이다. 이를 위해서는 위성이 발사하는 전파를 포착하여 그 전파가 오는 방향을 추적하여 위성의 궤도를 결정하는 방법이 필요하다. 이는 지상수신소의 원리 및 추적 레이더의 원리가 종합된 방법인데 우리 기술로 이를 하기 위해서는 우선 비교적 간단한 지상수신소를 개발하는 것이 필요하다.

지상수신소 부분중에서도 저잡음 증폭기와 feed 는 시장성이 크며 첨단 기술이 집약된 것으로 1 ~ 12 GHz 에 걸치는 각 대역의 기술을 국산화하고 이것을 우리의 것으로 소화 개량한다는 면과 기존 전파연구소 시스템과의 호환성을 고려한다는 면에서 multiband feed 의 제작개발은 뜻 깊은 일이 될 것이며 위성추적용 소프트웨어를 실용적인 면에서 응용하는 것이 필요한 단계에 이르렀다고 사료된다.

이에, 1 차년도에서는 L-Band feed, 외란의 영향을 적게 받는 제어기 및 소형컴퓨터를 사용한 위성추적용 소프트웨어를 연구, 개발하는데 중점을 두었다. 본 2 차년도에서는 저잡음 증폭기를 제작하고 보다 외란의 영향을 적게 받은 제어기에 대하여 계속 연구하였으며, 미분 보정에 의한 위성 추적 소프트웨어를 개발하였다.

1988 년 3 월

초고주파 및 안테나 연구실
연구책임자 나 정 웅

목 차

제 1 장 서 론	9
제 2 장 위성추적용 Software 개발	12
제 1 절 서 론	12
제 2 절 미분보정의 개요	13
1. 서 론	13
2. 기본방정식	18
3. f 와 g 급수	22
제 3 절 방위각, 고도각에 대한 미분 보정	25
1. 수평좌표계에서 관측자중심의 적도좌표계로의 변환	25
2. 방위각, 고도각을 이용한 미분보정	26
제 4 절 시선거리 벡터와 시선속도에 대한 미분 보정	34
제 5 절 S / W 개발과 응용	38
제 6 절 결 론	44
제 3 장 위성추적용 Feed 와 저잡음 증폭기의 설계 및 제작 ..	46
제 1 절 서 론	46
제 2 절 Feed 의 설계 및 제작	47
1. 안테나 이론	47
가. 박판형 다이폴 안테나	47
나. 원 파	48

다. Cavity-Backed 다이폴 안테나	52
라. Monopulse 추적시스템의 차폐턴	60
2. Feed의 제작 및 특성	62
가. 추적용 안테나	62
나. 수신용 안테나	71
다. Feed의 설계	77
3. Hybrid 및 Monopulse Comparator	79
가. Hybrid	79
나. Monopulse Comparator	81
4. 추적안테나 및 수신안테나 특성	84
가. 차폐턴	84
나. 합폐턴	84
다. 수신용 안테나 패턴	89
제 3 절 저 잡음 증폭기	89
1. LNA 특성의 해석	89
가. 산란계수	89
나. 신호흐름 선도에 의한 증폭기의 해석	94
다. 안정도	100
라. 잡음지수	108
마. 이득특성	112
바. Branch line Hybrid	122
사. 평형 증폭기의 특성	129
2. 증폭기의 설계	132
가. 개 요	132

나. 정합회로 설계	134
다. 바이어스 회로의 설계	146
라. Hybrid, 전송선로, Stub 설계	148
3. 실험결과 및 검토	150
가. Hybrid의 특성 측정	151
나. 증폭기의 실험	155
제 4 절 결 론	159
 제 4 장 위성추적용 안테나 구동시스템	161
제 1 절 서 론	161
제 2 절 추적용 안테나 구동시스템의 개 요	162
제 3 절 시스템 모델 및 전력변환기	162
1. 직류서보전동기의 수학적 모델	162
2. 전력변환기의 종류와 특성비교	166
3. 직류 초퍼	170
4. 제동 방법	175
제 4 절 결 론	180
 제 5 장 결 론	202
 참 고 문 헌	205
 부록 Program list	207

제 1 장 서 론

최근 첨단분야인 우주항공산업에 대한 관심의 고조로 국내에서도 세계시장의 중요성 및 이 분야 기술의 산업화에 힘을 쓰고 있다. 그중 위성을 추적하여 신호를 수신할 수 있는 지상수신소의 개발은 국내의 제반 여건을 고려할 때 가장 적합한 과제로 사료된다.

1 차년도에서 전파를 발사는 위성을 추적하고 위성으로부터 발사되는 전자파 신호를 수신할 수 있는 L-band feed를 제작하고 안테나 제어 알고리즘을 제안하며 미지의 위성궤도에 대한 추적 소프트웨어를 개발하는데에 목표를 두어왔다.

본 2 차년도에서는 L-band feed의 제작을 기초로 S-band feed를 실험적으로 제작하였으며, 신호 수신의 질을 높이기 위하여 필수적인 저잡음 증폭기를 설계, 제작하였다.

추적오차가 적고 외란에 둔감한 제어기술을 확립할 수 있었으며, 위성에 대한 궤도 산출의 정밀도를 향상시키기 위하여 미분보정에 의한 위성 추적 소프트웨어를 개발하였다.

본 연구를 위하여 3 개의 전문분야를 나누어 기술적인 문제점을 생각해 보았다. 첫째로 미분 보정에 의한 위성추적 소프트웨어의 개발을 최규홍(연세대 천문학과) 교수 중심으로, 둘째로 외란에 둔감하게 안테나를 제어하는 기술은 윤명중(과기원 전기전자) 교수 중심으로, 세째 저잡음 증폭기 및 S-band feed 개발 분야를 나정웅(과기원 전기·전자) 교수 중심으로 편성하였다.

위성에 대한 궤도 계산의 정밀도를 향상시키기 위해서 미분 보정에 의한 위성추적 S/W의 개발을 하는데 그 목적으로 수십 개 위성 위치의 관측으로부터 미분 보정 소프트웨어와 수십개 이상의 도플러 (Doppler) 효과에 의한 시선 방향의 속도 변화와 시선거리에 포함된 미분 보정 소프트웨어를 개발하였다. 이것을 전파연구소의 위성 추적 안테나에서 얻을 수 있는 위성 추적 자료로부터 위성궤도를 개량해서, 정밀하게 미지의 위성을 추적할 수 있게 하였다.

위성추적용 안테나 구동시스템은 일반적인 추적시스템이 갖는 특성과 함께 특히 외란에 강해야 한다. 제어 알고리즘은 추적오차가 적고 그측 구조물의 형상변화에 따른 파라미터의 변화와 외부 간섭을 최소화시킬 수 있어야 한다. 전력증폭기는 지령명령에 따른 전력을 구동용 전동기에 충분히 공급할 수 있어야하고 고조파 성분이 적어야하며 시스템의 고장이 없어야 한다. 이러한 제어알고리즘의 실현을 위하여 전동기를 수학적으로 모델링하고 이와 함께 전력증폭기의 종류와 구동원리에 대해서 다루었다. 신속한 제동을 위하여 제동방식에 관해서도 원리적으로 설명하였다.

위성의 섭동등에 의한 영향을 받지 않는 monopulse 추적 방식에 적합한 S-band feed를 제작하였다.

원거리에서 양질의 통신을 하기 위해서는 송신기의 출력을 크게 하거나 수신기의 감도를 좋게 하는 방법이 사용된다. 송신기의 출력을 크게 하는 방법은 송신기 출력단의 전력용량의 한계와 장비에 미치는 영향 등의 이유 때문에 바람직 하지 못하다. 따라서 상대적으로 수신기의 감도를 좋게 하는 방법이 선호되고 있다.

수신기에 인가되는 신호입력이 얼마 정도나 되어야 수신기에서 발생하는 잡음과 구별할 수 있는 가를 나타내는 척도로 잡음지수라는 것이 있는데 이것이 낮을 수록 작은 전력의 신호를 구별할 수 있으므로 양질의 통신이 가능하다.

수신기 전체의 잡음지수는 초단 증폭기 잡음지수에 의하여 거의 좌우되므로 양질의 통신을 위해서 저잡음 증폭기는 필수적이다. 본 연구에서는 저잡음 특성을 유지하며 다른 컴포넌트와 연결시 상호 특성 변화가 적도록 낮은 정재파비를 갖는 **balanced** 형 저잡음 증폭기를 제작하였다.

이 보고서는 제 2 장에 미분보정에 의한 위성 추적 소프트웨어 개발을, 제 3 장에는 저잡음 증폭기 및 **feed**의 설계 및 제작을, 그리고 제 4 장에 제어 알고리즘 개발로 편성되었으며 제 5 장에 결론을 맺고 있다.

제 2 장 위성추적용 Software 의 개발

제 1 절 서 론

인공위성의 궤도를 추적하는 기술은 위성 발사 기술에 못지 않게 중요한 기술중의 하나이다. 이번 1986년에 체신부 전파연구소에서 직경 5 m의 안테나를 장비한 위성 추적 시스템을 설치 완료함에 따라, 우리나라 상공을 날르는 위성을 추적할 수 있는 S/W가 필요하게 되어, 다음과 같은 년차적인 연구사업을 시작하게 되었다.

1 차년도에서는 위성 추적에 필요한 천문학적인 기본 개념의 연구와 위성 추적 안테나의 설치 문제, 이미 알고 있는 위성 궤도에 대한 위성 출몰시간의 산출, 세점의 위성 위치의 관측으로부터 미지의 위성의 궤도를 산출하는 S/W(Gauss 방법)를 개발하였다.

2 차년도에서는 위성에 대한 궤도계산의 정밀도를 향상시키기 위해서 미분 보정에 의한 위성 추적 S/W의 개발을 하는데 그 목적이 있다.

본 연구에서 취급하게 될 연구개발 내용은 수십개 이상의 위성 위치의 관측으로부터 미분 보정 S/W와 수십개 이상의 Doppler 효과에 의한 시선 방향의 속도 변화와 시선거리가 포함된 미분 보정 S/W를 개발하여, 전파연구소의 위성 추적 안테나에서 얻을 수 있는 위성 추적 자료로부터 위성 궤도를 개량해서, 정

밀하게 미지의 위성을 추적할 수 있게 할려고 한다.

제 2 절 미분보정의 개요 (Outline of differential correction)

1. 서 론

1986 년 12 월 31 일 현재로 우리 지구 주위 상공에는 위성수 1,655 개, 위성의 잔해는 4,582 개, 도합 6,237 개의 비행 물체가 돌고 있다 (표 1 참조).

1987 년 1 월 1 일 $0^h:00^m$ U.T. 순간에 snapshot 을 하였을 때 지구 근방에는 그림 2-2-1 과 같은 모양으로 위성이 있고, 정지 궤도 상공까지 확장하여 보았을 때는 그림 2-2-2 와 같은 모양으로 위성이 놓여 있다.

이러한 수많은 위성 중에서 전파연구소의 추적 안테나로 추적할 수 있는 위성은 극소수에 불과하다. 왜냐하면 전파연구소의 추적 시스템은 beacon 을 내는 위성만을 추적하는 시스템이므로, 측지위성 GPS, 기상위성 NOAA, GMS, METEOSAT 등, 자원 탐사 위성인 LANDSAT, SPOT, 통신위성 INTELSAT, MARISAT 등을 추적할 수 있다.

그외의 위성체를 추적하기 위해서는 Baker Nunn Schmidt Camera 나 Laser 시스템 등이 필요하다.

추적 안테나로부터 얻어지는 3 쌍의 위성에 대한 방위각과 고도각, 혹은 3 쌍의 적경과 적위의 위성 관측으로부터, 위성의 위치 벡터 (x, y, z)와 속도 벡터 ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$)를 알게 된다. 위치

표 1. 각 나라별 인공위성 보유현황 (1986. 12. 31 현재).

국 명	궤도에 있는 인공위성			떨어진 인공위성		
	위성수	잔 해	합 계	위성수	잔 해	합 계
오스트레일리아	3	2	5	1	0	1
브 라 질	2	0	2	0	0	0
카 나 다	14	0	14	0	0	0
체 코	0	0	0	1	0	1
E S A	15	99	114	1	5	6
E S R O	0	0	0	7	3	10
프 랑 스	14	21	35	7	49	56
프랑스/ 서독	2	0	2	0	0	0
서 독	5	1	6	3	5	8
인 도	7	4	11	2	3	5
인도네시아	3	0	3	1	0	1
I T S O	35	0	35	0	0	0
이 태 리	1	0	1	4	0	4
일 본	31	40	71	5	26	31
렉 시 크	2	1	3	0	0	0
N A T O	6	0	6	0	0	0
네 덜 란 드	0	0	0	1	3	4
중 공	4	3	7	15	39	54
사우디아라비아	2	0	2	0	0	0
스 페 인	1	0	1	0	0	0
스 웨 덴	1	0	1	0	0	0
영 국	9	1	10	6	4	10
미 국	520	2525	3045	567	2070	2637
소 련	973	1885	2863	1283	6956	8239
합 계	1653	4582	6237	1904	9163	11067
총 합 계						17304

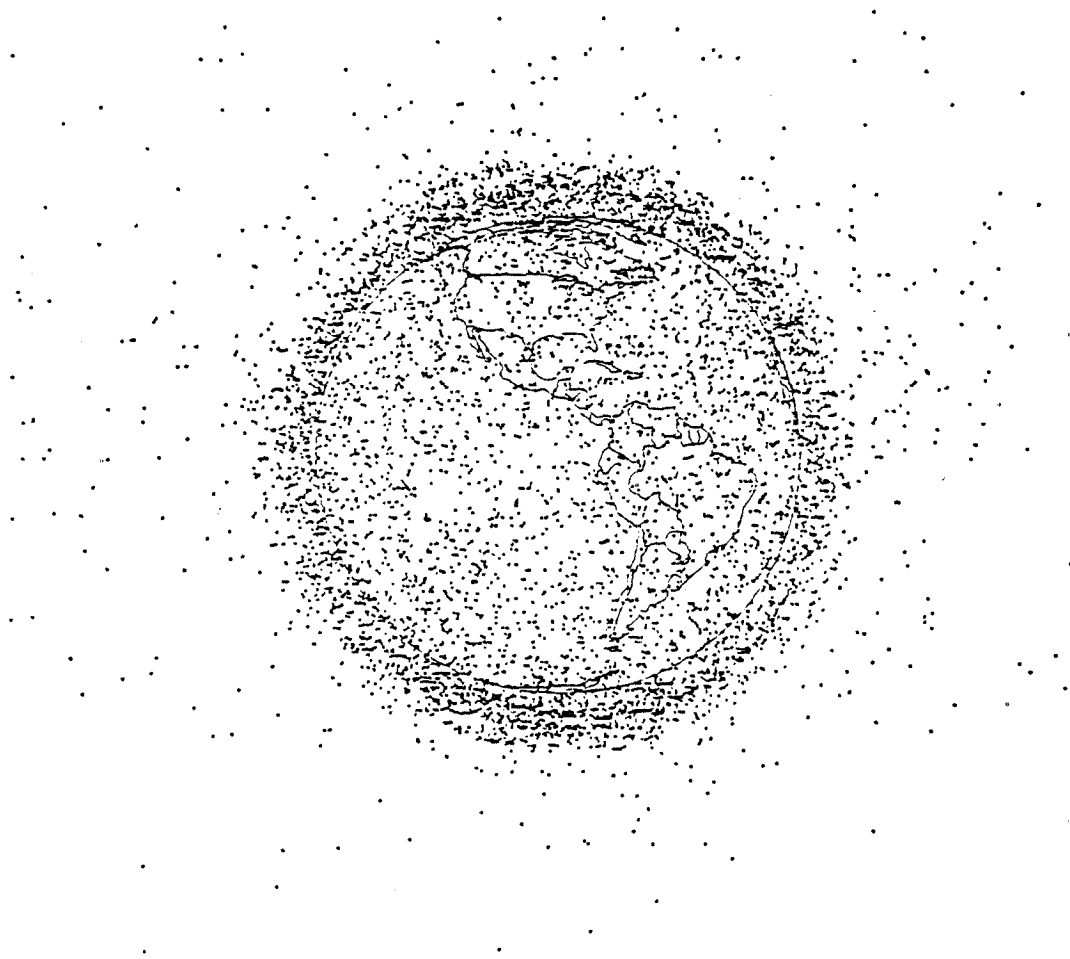


그림 2-2-1 1987년 1월 1일 00^h:00^m U.T. 에
지구 근방에서의 본 위성의 궤적

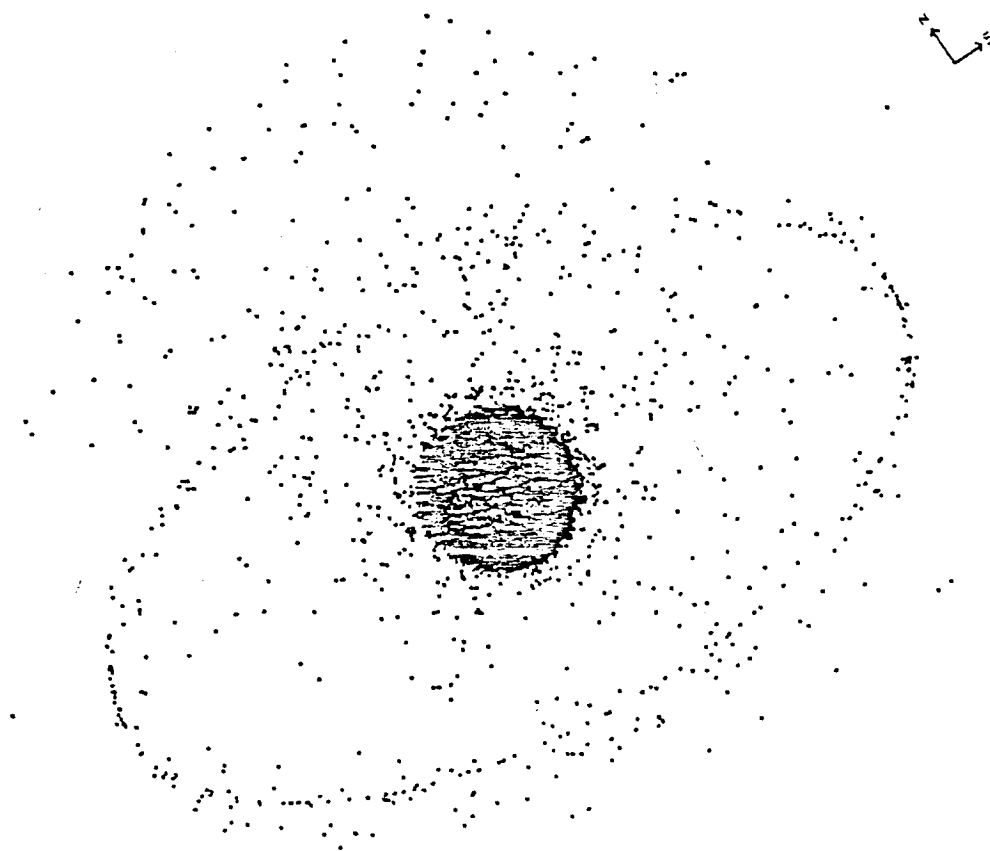


그림 2-2-2 1987년 1월 1일 00^h:00^m U.T.에
정지 궤도에서 본 위성의 궤적

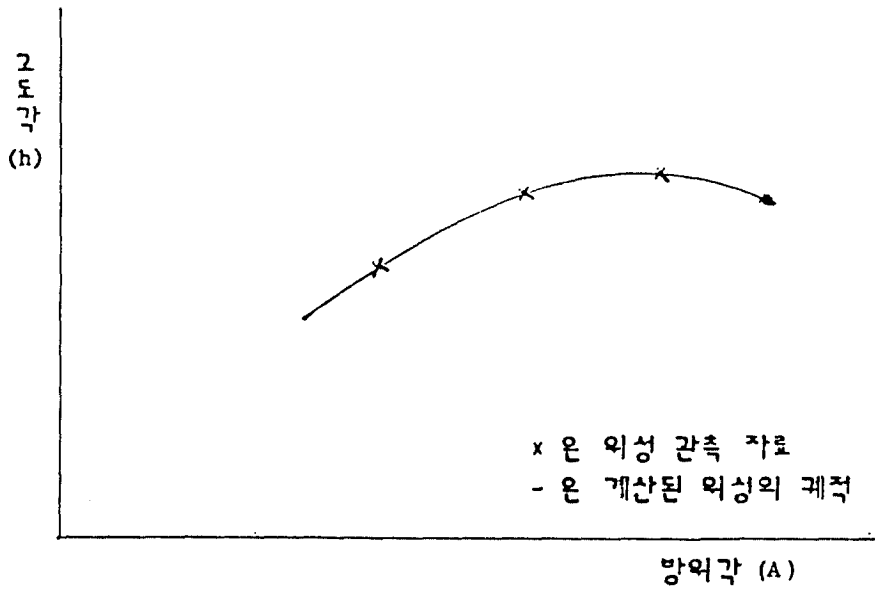


그림 2-2-3 Gauss 방법에 의한 위성 궤도 결정

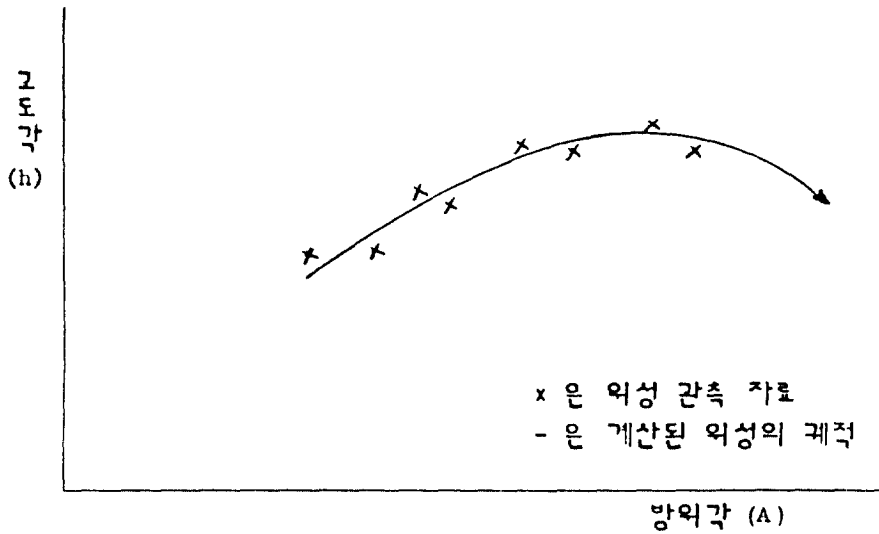


그림 2-2-4 미분 보정에 의한 궤도 결정

벡터와 속도 벡터로부터 6 개의 위성에 대한 궤도 요소를 얻게 되어 위성의 궤도가 결정된다. 이 방법을 고전적인 Gauss 방법이라고 부른다. 단점은 관측점이 1 점이라도 관측오차가 생기면 위성을 추적할 수 없게 된다 (그림 2-2-3 참조).

최근에는 자동 추적 시스템으로부터 수십쌍, 혹은 수백쌍의 방위각, 고도각의 위성 위치에 관한 관측 자료를 얻는 시스템을 사용한다.

$$(\text{관측값} - \text{계산값})^2 = \text{최소값}$$

이 되게하는 최적 궤도 곡선을 얻어서 궤도 결정을 하는 방법을 사용하는데, 이 방법을 “미분 보정”이라고 부른다 (그림 2-2-4 참조).

미분 보정에 의한 궤도 결정 방법의 장점은 몇쌍의 관측오차가 생기더라도 위성 궤도 결정에는 별 영향을 미치지 않는다. 단점으로는 원하는 정밀도를 얻기 위해서는 10 여번씩 계산을 반복하기 때문에 컴퓨터 계산 시간이 많이 소요된다.

2. 기본방정식 (Basic equations)

위성 추적 안테나로부터 최소한 세 쌍의 관측치 (방위각과 고도각 또는 적경과 적위 등)를 얻는다면, 그 위성에 대한 예비 궤도를 결정할 수 있다. 위성은 여러가지의 영향으로 인해 계속해서 섭동을 받고 있어 타원 궤도에서 점점 벗어나게 되고, 추적 자료도 관측 오차를 수반되기 때문에 완전하다고 볼 수 없다.

이런점에서 위성에 대한 수많은 양의 관측 자료를 얻을 수

있다면 섭동의 영향이나 관측 자료의 오차를 최소화 시킬 수 있다 (Escobal, 1975).

관측된 위성의 위치는 관측자 중심 좌표 (topocentric coordinate system)에서 적경 $\alpha_i(t)$, 적위 $\delta_i(t)$ 인데, 이 위성의 위치를 임의의 기산점에 대한 거리 벡터와 속도 벡터의 합수로 표시할 수 있다.

즉

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_i(x_o, y_o, z_o, \dot{x}_o, \dot{y}_o, \dot{z}_o) \\ \delta_i &= \delta_i(x_o, y_o, z_o, \dot{x}_o, \dot{y}_o, \dot{z}_o) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-2-1)$$

이다. (2-2-1)식을 Taylor 급수로 전개해서 1차항까지 미분 보정항을 구하면

$$\begin{aligned} d\alpha_i &= \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_o} dx_o + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_o} dy_o + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_o} dz_o + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \dot{x}_o} d\dot{x}_o + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \dot{y}_o} d\dot{y}_o + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \dot{z}_o} d\dot{z}_o \\ d\delta_i &= \frac{\partial \delta_i}{\partial x_o} dx_o + \frac{\partial \delta_i}{\partial y_o} dy_o + \frac{\partial \delta_i}{\partial z_o} dz_o + \frac{\partial \delta_i}{\partial \dot{x}_o} d\dot{x}_o + \frac{\partial \delta_i}{\partial \dot{y}_o} d\dot{y}_o + \frac{\partial \delta_i}{\partial \dot{z}_o} d\dot{z}_o \\ &\dots\dots\dots (2-2-2) \end{aligned}$$

이고, 여기서 $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 이다.

2n개의 미분 보정량을 행렬형으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \alpha_n \\ \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix} = M_D \begin{bmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta z_o \\ \Delta \dot{x}_o \\ \Delta \dot{y}_o \\ \Delta \dot{z}_o \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-2-3)$$

이다. 여기에서 M_D 는 미분 보정 행렬로 다음과 같은 $2n \times 6$ 행렬로 정의 된다.

$$M_D = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_o} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_o} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_o} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{x}_o} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_o} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{z}_o} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_o} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial y_o} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial z_o} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial \dot{x}_o} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial \dot{y}_o} & \frac{\partial \alpha_n}{\partial \dot{z}_o} \\ \frac{\partial \delta_1}{\partial x_o} & \frac{\partial \delta_1}{\partial y_o} & \frac{\partial \delta_1}{\partial z_o} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \dot{x}_o} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \dot{y}_o} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \dot{z}_o} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \delta_n}{\partial x_o} & \frac{\partial \delta_n}{\partial y_o} & \frac{\partial \delta_n}{\partial z_o} & \frac{\partial \delta_n}{\partial \dot{x}_o} & \frac{\partial \delta_n}{\partial \dot{y}_o} & \frac{\partial \delta_n}{\partial \dot{z}_o} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-2-4)$$

(2-2-3) 식의 양변에 M_D 의 전치 행렬을 곱하고, 다시 $M_D^T \cdot M_D$ 의 역행렬을 양변에 곱하면 다음과 같은 미분 보정 방정식을 얻

계 된다.

즉,

$$\begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{bmatrix} = (M_D^T M_D)^{-1} M_D^T \begin{bmatrix} \Delta \alpha_1 \\ \vdots \\ \Delta \alpha_n \\ \Delta \delta_1 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-2-5)$$

이다. (2-2-5) 식에서 M_D 의 행렬은 수치계산으로 얻을 수 있는 계수이므로 적경 (α_i)와 적위 (δ_i)에 대한 관측치와 계산치의 차를 가지고 미분 보정량인 $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0, \Delta \dot{x}_0, \Delta \dot{y}_0, \Delta \dot{z}_0$ 를 구할 수 있게 된다.

미분 보정의 과정을 통해 새롭게 구한 위치 벡터와 속도 벡터는

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{bmatrix}_j \dots\dots\dots (2-2-6)$$

이 된다. j 와 $j+1$ 의 값이 허용오차내에 수렴할때까지 위의 과정을 되풀이하여 반복하는 방법을 미분 보정에 의한 위성 추적이라고 부른다. 추적 안테나로부터 관측된 위치중에서 몇개의 관측위치가 부정확하더라도 위성궤도 추적에는 별 문제가 생기지 않는다.

3. f 와 g 급수 (f and g series)

기산점에서 거리 벡터와 속도 벡터를 임의의 시각에 대한 거리 벡터와 속도를 구하는 작업은 미분 보정을 계산하는데 중요하다.

$$\text{즉} \quad [\vec{r}_o, \vec{\dot{r}}_o]_{t=t_o} \rightarrow [\vec{r}, \vec{\dot{r}}]_{t=t}$$

이러한 작업은 다음과 같은 과정을 밟아 계산할 수 있다.

거리 (r_o) 는

$$r_o^2 = \vec{r}_o \cdot \vec{r}_o \dots\dots\dots (2-2-7)$$

매개변수 (D_o) 는

$$D_o = \frac{\vec{r}_o \cdot \vec{r}_o}{\sqrt{\mu}} \dots\dots\dots (2-2-8)$$

여기서 $\mu = GM_{\oplus}$ 이다. 속도 (V_o) 는

$$\frac{V_o^2}{\mu} = \frac{\vec{\dot{r}}_o \cdot \vec{\dot{r}}_o}{\mu} \dots\dots\dots (2-2-9)$$

궤도 장반경 (a) 는

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r_o} - \frac{V_o^2}{\mu} \dots\dots\dots (2-2-10)$$

궤도의 이심률은

$$e^2 = (1 - \frac{r_o}{a})^2 + \frac{1}{a} D_o^2 \dots\dots\dots (2-2-11)$$

매개변수 p 와 q 는

$$p = r_o \left(2 - \frac{r_o}{a} \right) - D_o^2 \dots\dots\dots (2-2-12)$$

$$2q = 2r_o - D_o^2 \dots\dots\dots (2-2-13)$$

위성의 궤도가 타원인 경우

$$C_e \equiv [e \cos E]_o = 1 - \frac{r_o}{a} \dots\dots\dots (2-2-14)$$

$$S_e \equiv [e \sin E]_o = D_o / \sqrt{a} \dots\dots\dots (2-2-15)$$

라고 정의하자. 여기서 E 는 이심근점이각이다.

임의의 시각에 대해서 평균 근점이각 (M) 는

$$M - M_o = (t - t_o) \sqrt{\mu/a^3} \dots\dots\dots (2-2-16)$$

이고, g 에 대한 Kepler 방정식은 Newton 근사로서 풀면

$$g_{n+1} = g_n - \frac{g_n + S_e \sin^2 g_n - C_e \sin g_n \cos g_n - \frac{1}{2} (M - M_o)}{1 + 2 S_e \sin g_n \cdot \cos g_n - C_e (1 - 2 \sin^2 g_n)} \dots\dots\dots (2-2-17)$$

이며, $|g_{n+1} - g_n| \leq$ 허용오차, 가 될때까지, 이 과정을 반복한다. 또

$$E - E_o = 2q \dots\dots\dots (2-2-18)$$

가 된다.

$$C \equiv a [1 - \cos(E - E_o)] \dots\dots\dots (2-2-19)$$

$$S \equiv \sqrt{a} \sin(E - E_0) \dots\dots\dots (2-2-20)$$

라고 정의하면, f , g 의 값은

$$f = 1 - \frac{C}{r_0} \dots\dots\dots (2-2-21)$$

$$g = \frac{1}{\sqrt{\mu}}(r_0 S + D_0 C) \dots\dots\dots (2-2-22)$$

가 되고, t 시간 후의 거리는

$$r = r_0 + \left(1 - \frac{r_0}{a}\right) C + D_0 S \dots\dots\dots (2-2-23)$$

가 되고, $\dot{f}$ 와 $\dot{g}$ 는

$$\dot{f} = -\frac{\sqrt{\mu}}{r r_0} S \dots\dots\dots (2-2-24)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{C}{r} \dots\dots\dots (2-2-25)$$

에서 계산되므로, 임의의 시간 후의 거리 벡터와 속도 벡터는 다음과 같이 된다.

$$\vec{r} = f \vec{r}_0 + g \vec{r}_0 \dots\dots\dots (2-2-26)$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{f} \vec{r}_0 + \dot{g} \vec{r}_0 \dots\dots\dots (2-2-27)$$

즉 $\vec{r}_0$, $\dot{\vec{r}}_0$ 에서 t 시간 후의 $\vec{r}$, $\dot{\vec{r}}$ 는 f , g 의 급수로 계산할 수 있다.

제 3 절 방위각, 고도각에 대한 미분보정 (Differential correction utilizing azimuth and elevation data)

앞절에서는 기본적인 미분 보정에 관하여 설명하였고, 여기서는 실제로 위성 추적에 적용하기 편리한 방법을 제시하여 보기로 하자.

1. 수평좌표계에서 관측자 중심의 적도좌표계로의 변환 (Transformation from the horizontal system to topocentric equatorial system)

위성 추적 안테나로부터 얻어지는 관측 자료는 방위각 (A)과 고도각(h)이므로, 이러한 수평좌표계의 관측 자료를 관측자 중심의 적도좌표계인 적경 (α)과 적위 (δ)로 변환시켜야 한다. 관측자 중심의 적도좌표계로 변환시키기 위해서는 지방 항성시 (θ)와 위도 (ϕ)에 관해서 2번 시계 방향으로 좌표계를 회전시키므로써 가능하다.

$$\begin{aligned} \text{즉} \quad \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \phi & 0 & \cos \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \phi & 0 & \sin \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos h \cos A \\ \cos h \sin A \\ \sin h \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \theta & -\sin \theta \cos \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \cos \phi \sin \theta \\ -\cos \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos h \cos A \\ \cos h \sin A \\ \sin A \end{pmatrix} \\ &\dots\dots\dots (2-3-1) \end{aligned}$$

지방 항성시는 추적 안테나가 위치한, 경기도 안양시의 전파 연구소와 춘분점과의 경도상에서의 사이각을 뜻하는데 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta = \theta_{go} + t \cdot \frac{d\theta}{dt} + \lambda \dots\dots\dots (2-3-2)$$

여기서 θ_{go} 는 0^h:00 U.T.에서의 그리니치 항성시를 말하고

(나정웅외 2인(1987)),

t는 임의의 시각 (U.T. 로 표시)

$$\frac{d\theta}{dt} = 15.04107 \text{ deg/hr}$$

λ = 전파연구소의 지구상 위치인 경도의 값

(126°56'35".80 E)

2. 방위각, 고도각을 이용한 미분 보정 (Differential correction utilizing azimuth and elevation data)

위성 추적 안테나를 중심으로 하는 서로 직교하는 세개의 단위 벡터 L, A, D를 도입하여 미분 보정에 적용하여 보기로 하자.

그림 2-3-1에서 L은 관측 지점으로부터 인공위성에 이르는 단위 벡터이고, A는 동쪽 방향으로 적도면에 평행한 단위 벡터이고, D는 관측 지점에서 자오선을 따라 북쪽으로 향하는 단위 벡터를 나타내고 있다.

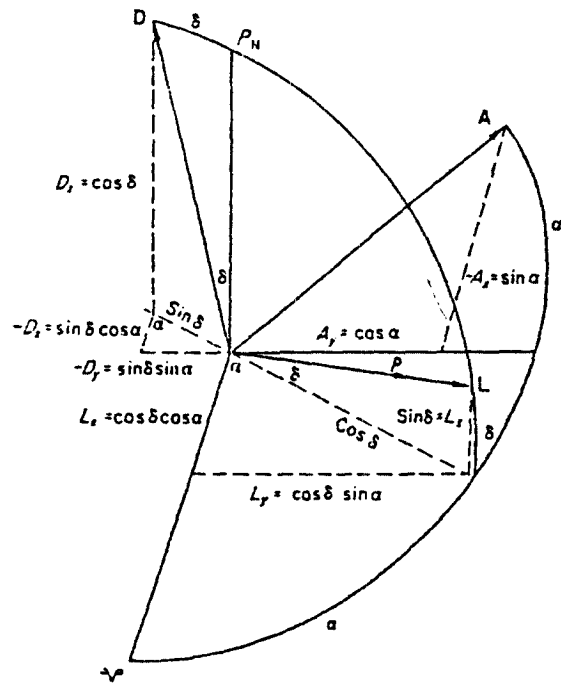


그림 2-3-1 직교 단위 벡터 L, A, D (Herrick, 1971)

$\vec{L}$, $\vec{A}$, $\vec{D}$ 의 각 성분은 다음의 (2-3-4)식과 같이 표시되며 이것은 실제의 관측치로부터 구해진다.

$$\vec{L} = \begin{Bmatrix} L_x = \cos \delta \cos \alpha \\ L_y = \cos \delta \sin \alpha \\ L_z = \sin \delta \end{Bmatrix} \quad \vec{A} = \begin{Bmatrix} A_x = -\sin \alpha \\ A_y = +\cos \alpha \\ A_z = 0 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{D} = \begin{Bmatrix} D_x = -\sin \delta \cos \alpha \\ D_y = -\sin \delta \sin \alpha \\ D_z = +\cos \delta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2-3-4)$$

(2-3-4)식으로부터 얻을 수 있는 $\Delta\vec{L}$, $\Delta\vec{A}$, $\Delta\vec{D}$ 는 각각

$$\begin{cases} \Delta\vec{L} = \vec{A} \cos \delta \Delta\alpha + \vec{D} \Delta\delta \\ \Delta\vec{A} = \vec{D} \sin \delta \Delta\alpha - \vec{L} \cos \delta \Delta\alpha \dots\dots\dots (2-3-5) \\ \Delta\vec{D} = -\vec{A} \sin \delta \Delta\alpha - \vec{L} \Delta\delta \end{cases}$$

이다.

한편 인공위성의 위치 벡터 $\vec{r}(x, y, z)$ 와 관측 지점의 위치 벡터 $\vec{R}(X, Y, Z)$ 그리고 관측 지점으로부터 인공위성까지의 시선 거리 벡터를 계산했을 때, 그것들이 이루는 벡터 삼각형으로부터 다음의 (2-3-6)식이 성립한다.

$$\vec{\rho} = \rho \vec{L} = \vec{R} + \vec{r}, \quad \vec{L} = \begin{bmatrix} \frac{X+x}{\rho} \\ \frac{Y+y}{\rho} \\ \frac{Z+z}{\rho} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-3-6)$$

(2-3-4) 식과 (2-3-6) 식에 있는 방향여현 (direction cosine) L 은 각각 관측치와 계산치인데 (2-3-5) 식의 ΔL 을 근사적으로

$$\Delta \vec{L}_f = (\vec{L}_o - \vec{L}_c) \dots\dots\dots (2-3-7)$$

라고 하면 이것은 (O-C) 방향여현이다.

(2-3-5) 식의 L 로부터 $\Delta \alpha$ 와 $\Delta \delta$ 에 관한 (O-C) 를 구하기 위해서, 이것과 직교 단위 벡터 $\vec{L}, \vec{A}, \vec{D}$ 를 내적 (dot product) 하면

$$\begin{cases} \vec{L} \cdot \Delta \vec{L} = 0 \\ \vec{A} \cdot \Delta \vec{L} = \cos \delta \Delta \alpha \dots\dots\dots (2-3-8) \\ \vec{D} \cdot \Delta \vec{L} = \Delta \delta \end{cases}$$

이 되는데, 여기에서 $\vec{A} \cdot \Delta \vec{L}$ 과 $\vec{D} \cdot \Delta \vec{L}$ 을 (O-C) 로 놓는다. (2-3-8) 식에 있는 것처럼 $\vec{A} \cdot \Delta \vec{L}$ 은 적경 α 의 (O-C) $\Delta \alpha$ 에 $\cos \alpha$ 를 곱한 값이다.

(2-3-8) 식의 $\vec{A} \cdot \Delta \vec{L}$ 과 $\vec{D} \cdot \Delta \vec{L}$ 을 어떤 시각에 있어서 인 공위성의 위치 벡터 $\vec{r}_o(x_o, y_o, z_o)$ 와 속도 벡터 $\vec{\dot{r}}_o(\dot{x}_o, \dot{y}_o, \dot{z}_o)$ 의 미분형으로 표시하면 다음의 (2-3-9) 식과 같다.

$$\Delta \vec{L} \cdot \vec{A} = \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial x_o} \Delta x_o + \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial y_o} \Delta y_o + \dots + \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial \dot{z}_o} \Delta \dot{z}_o$$

$$\Delta \vec{L} \cdot \vec{D} = \vec{D} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial x_o} \Delta x_o + \vec{D} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial y_o} \Delta y_o + \dots + \vec{D} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial \dot{z}_o} \Delta \dot{z}_o$$

$$\dots\dots\dots (2-3-9)$$

인공위성을 추적하여 n쌍의 관측치를 얻었을 경우 (2-3-9)

식은 다음과 같이 확장된다.

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_1 \cdot \Delta \vec{L}_1 \\ \vdots \\ \vec{A}_n \cdot \Delta \vec{L}_n \\ \vec{D}_1 \cdot \Delta \vec{L}_1 \\ \vdots \\ \vec{D}_n \cdot \Delta \vec{L}_n \end{bmatrix} = M_D^* \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-3-10)$$

여기에서 미분 보정 행렬 M_D^* 는 (2-3-11)식으로 정의된다.

$$M_D^* \equiv [\vec{A}_1 \dots \vec{A}_n \vec{D}_1 \dots \vec{D}_n] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \vec{L}_1}{\partial \dot{z}_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \vec{L}_n}{\partial \dot{z}_0} \end{bmatrix}$$

..... (2-3-11)

(2-3-6) 식으로 표시되는 방향여현 $\vec{L}$ 을 기준 시각의 위치 벡터와 속도 벡터성분 ($x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$)으로 편미분 할때, ξ_0 를 그 성분의 어떤 한 원소라고 하면

$$\frac{\partial \vec{L}}{\partial \xi_0} = -\frac{\vec{L}}{\rho} \left[L_x \frac{\partial x}{\partial \xi_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial \xi_0} \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi_0}$$

..... (2-3-12)

이고 이것과 A, D를 각각 내적하면 (2-3-12) 식의 앞항은 없어지므로 다음의 (2-3-13) 식과 같이 된다.

$$\vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial \xi_0} = \frac{1}{\rho} \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi_0}, \quad \vec{D} \cdot \frac{\partial \vec{L}}{\partial \xi_0} = \frac{1}{\rho} \vec{D} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi_0} \quad \text{..... (2-3-13)}$$

(2-3-13) 식을 이용해서 (2-3-11) 식의 미분 보정 행렬 M_D^* 를 다시쓰면 (2-3-14) 식이 된다.

$$M_D^* \equiv \left[\frac{\vec{A}_1}{\rho_1} \dots \frac{\vec{A}_n \vec{D}_1}{\rho_n \rho_1} \dots \frac{\vec{D}_n}{\rho_n} \right] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \dot{z}_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial x_0} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial x_n} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial y_n} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial z_n} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \dot{x}_n} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \dot{y}_n} & \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \dot{z}_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial x_n} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial y_n} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial z_n} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \dot{x}_n} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \dot{y}_n} & \frac{\partial \vec{r}_n}{\partial \dot{z}_n} \end{bmatrix}$$

..... (2-3-14)

(2-3-14) 식에서 인공위성의 위치 벡터 $\vec{r}$ 을 기준 시각에 대한 위치 벡터 $\vec{r}_0(x_0, y_0, z_0)$ 와 속도 벡터 $\dot{\vec{r}}_0(\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$ 로 편미분한 3×3 행렬을 각각 M, N이라고 하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{r}}{\partial \vec{r}_0} &\equiv M \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial x}{\partial y_0} & \frac{\partial x}{\partial z_0} \\ \frac{\partial y}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} & \frac{\partial y}{\partial z_0} \\ \frac{\partial z}{\partial x_0} & \frac{\partial z}{\partial y_0} & \frac{\partial z}{\partial z_0} \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \vec{r}}{\partial \dot{\vec{r}}_0} &\equiv N \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial x}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial x}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial y}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial y}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial y}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial z}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial z}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial z}{\partial \dot{z}_0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-3-15)$$

이다.

(2-3-15) 식에 있는 각 성분들은 수치적인 방법으로 구할 수 있다. 수치적인 방법에 의해서 미분 계수를 구해내는 것은 x, y, z가 기산점에서의 위치 벡터와 속도 벡터와의 함수라는 성질을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial x}{\partial x_0} = \frac{x(x_0 + \Delta x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) - x(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta x_0}$$

$$\frac{\partial x}{\partial y_0} = \frac{x(x_0, y_0 + \Delta y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) - x(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta y_0}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial z_0} &= \frac{x(x_0, y_0, z_0 + \Delta z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) - x(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta z_0} \\ &\vdots \\ &\dots\dots\dots (2-3-16) \end{aligned}$$

으로부터 구해낼 수 있다.

위의 식에서 임의의 시각에서의 위치 벡터와 속도 벡터는 기산점에서의 위치 벡터와 속도 벡터의 값을 $f \cdot g$ 급수로 전개시켜 구할 수 있고, 미소량 $\Delta x, \Delta y, \Delta z \dots$ 는 각 성분의 $\frac{1}{100}$ 에 해당하는 값을 취하였다.

미분 보정 행렬 M_D^* 를 얻었으면 (2-3-10) 식의 양변에 M_D^* 의 전치 행렬을 곱하고, 다시 $M_D^{*T} \cdot M_D$ 의 역행렬을 양변에 곱하면 다음과 같은 미분 보정 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \text{즉} \quad \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \end{bmatrix} &= (M_D^{*T} M_D^*)^{-1} M_D^{*T} \begin{bmatrix} \vec{A}_1 \cdot \Delta \vec{L}_1 \\ \vdots \\ \vec{A}_n \cdot \Delta \vec{L}_n \\ \vec{D}_1 \cdot \Delta \vec{L}_1 \\ \vdots \\ \vec{D}_n \cdot \Delta \vec{L}_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-3-17) \end{aligned}$$

이다.

$\vec{A} \cdot \Delta \vec{L}$ 과 $\vec{D} \cdot \Delta \vec{L}$ 가 허용오차내의 값으로 수렴하기까지 계속 반복하여야 한다.

미분 보정의 과정을 통해 새롭게 구한 기산점에서의 위치 벡

터와 속도 벡터는

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ \dot{x}_o \\ \dot{y}_o \\ \dot{z}_o \end{bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ \dot{x}_o \\ \dot{y}_o \\ \dot{z}_o \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta z_o \\ \Delta \dot{x}_o \\ \Delta \dot{y}_o \\ \Delta \dot{z}_o \end{bmatrix}_j \dots\dots\dots (2-3-18)$$

이 된다.

제 4 절 시선거리 벡터와 시선속도에 대한 미분 보정 (Differential correction utilizing azimuth, elevation, range and range rate data)

위성 추적 안테나로부터 위성 에 대한 시선거리 벡터와 시선
속도의 관측 자료가 얻어지는 경우를 생각하여 보기로 하자.

미분 보정식에 각위치인 방위각과 고도각 이외의 시선거리
 ρ 와 시선거리 변화율 $\dot{\rho}$ 가 추가되는 경우에는 미분 보정 행렬식
 M_D^* 에 $\frac{\partial \rho}{\partial \xi_o}$ 와 $\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \xi_o}$ 값이 포함되는데 이에 대한 것은 다음과 같
다.

관측 지점, 인공위성 그리고 지구 중심이 이루고 있는 벡터
삼각형에서 얻어진 (2-3-6) 식으로부터

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xX + 2yY + 2zZ + R^2 \dots\dots\dots (2-4-1)$$

이고, 이것을 어떤 원소 ξ_o 로 편미분하면

$$\rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi_0} = x \frac{\partial x}{\partial \xi_0} + y \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + z \frac{\partial z}{\partial \xi_0} + X \frac{\partial x}{\partial \xi_0} + Y \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + Z \frac{\partial z}{\partial \xi_0} \dots\dots\dots (2-4-2)$$

이 되는데, 여기에서 관측 지점에 대한 편미분항은 무시했다.

(2-4-2)에 (2-4-1)식을 적용시켜서 간단히 하면 다음의 (2-4-3)이 된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi_0} = L_x \frac{\partial x}{\partial \xi_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial \xi_0} \dots\dots\dots (2-4-3)$$

관측 지점으로부터 인공위성까지의 시선거리 (ρ)를 이용하는 경우에도 (2-3-15)식과 같은 M, N 행렬을 (2-4-3)식에 적용시켜서 미분 보정 행렬을 구해낼 수 있다.

시선 거리 변화율(slant range rate)이 포함되는 경우에는 (2-4-2)식을 개량 시간 변수(m.t.v.) τ 로 미분해서

$$\rho \dot{\rho} = z\dot{z} + y\dot{y} + z\dot{z} + x\dot{x} + \dot{x}x + y\dot{y} + \dot{y}y + z\dot{z} + \dot{z}z \dots\dots (2-4-4)$$

을 얻고, 이것을 ξ_0 로 편미분해서 정리하면 다음의 (2-4-5)식이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \xi_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial \xi_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial \xi_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial \xi_0} + (L'_x - \frac{\dot{\rho}}{\rho} L_x) \frac{\partial x}{\partial \xi_0} \\ & + (L'_y - \frac{\dot{\rho}}{\rho} L_y) \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + (L'_z - \frac{\dot{\rho}}{\rho} L_z) \frac{\partial z}{\partial \xi_0} \\ & \dots\dots\dots (2-4-5) \end{aligned}$$

여기에서 L_x, L_y, L_z 는 (2-3-6) 식과 같고 L'_x, L'_y, L'_z 는 각각

$$L'_x \equiv \frac{\dot{x}+X}{\rho}, \quad L'_y \equiv \frac{\dot{y}+Y}{\rho}, \quad L'_z \equiv \frac{\dot{z}+Z}{\rho} \quad \dots\dots\dots (2-4-6)$$

이다.

(2-4-5) 식에서 속도 성분에 대한 편미분 값 $\frac{\vec{\partial \dot{r}}}{\partial \vec{r}_0}$ 과 $\frac{\vec{\partial \dot{r}}}{\partial \dot{\vec{r}}_0}$ 는 다음의 M^*, N^* 행렬과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\vec{\partial \dot{r}}}{\partial \vec{r}_0} &\equiv M^* \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial z_0} \\ \frac{\partial \dot{y}}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial z_0} \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial z_0} \end{bmatrix} \\ &\dots\dots\dots (2-4-7) \\ \frac{\vec{\partial \dot{r}}}{\partial \dot{\vec{r}}_0} &\equiv N^* \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{z}_0} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

시선거리와 시선 거리 변화율(시선속도)을 포함한 미분 보정은 (2-3-10) 식에 다음의 식을 포함시켜야 한다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \rho_1 \\ \vdots \\ \Delta \rho_n \\ \Delta \dot{\rho}_1 \\ \vdots \\ \Delta \dot{\rho}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \rho_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \rho_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \rho_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \rho_1}{\partial \dot{z}_0} \\ & & & \vdots & & \\ & & & \vdots & & \\ \frac{\rho_n}{x_0} & \frac{\rho_n}{y_0} & \frac{\rho_n}{z_0} & \frac{\rho_n}{\dot{x}_0} & \frac{\rho_n}{\dot{y}_0} & \frac{\rho_n}{\dot{z}_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \dot{z}_0} \\ & & & \vdots & & \\ \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \dot{z}_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{bmatrix}$$

..... (2-4-8)

(2-4-8) 식의 우변에 있는 미분 계수는 (2-4-3) 식과 (2-4-5) 식을 이용하여 구하면 된다.

미분 보정은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{bmatrix} = [M_D^{*T} M_D^*]^{-1} M_D^{*T} \begin{bmatrix} \vec{A}_1 \cdot \Delta \vec{L}_1 \\ \vdots \\ \vec{A}_n \cdot \Delta \vec{L}_n \\ \vec{D}_1 \cdot \Delta \vec{L}_1 \\ \vdots \\ \vec{D}_n \cdot \Delta \vec{L}_n \\ \Delta \rho_1 \\ \vdots \\ \Delta \rho_n \\ \Delta \dot{\rho}_1 \\ \vdots \\ \Delta \dot{\rho}_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2-4-9)$$

여기서 M_D^* 는 (2-3-14)식의 미분 보정 행렬과 (2-4-8)식의 우변의 미분 보정 행렬을 합친 $4n \times 6$ 의 행렬이다.

제 5 제 S/W 개발과 응용 (Software development and its depplication)

방위각과 고도각에 대한 미분 보정은 (2-3-17)식과 (2-3-18)식으로부터 구할 수 있는데, 그림 2-5-1에 computational block diagram이 설명되어 있다. 입력 자료는 추적 안테나가 위치한 관측소 위치, 위도(ϕ), 경도(λ), 해발고도(H)와 위성 위치 관측 자료 방위각(A_i), 고도각(h_i), 관측 시각(t_i)이다.($i = 1, 2, \dots, n$).

방위각과 고도각 그리고 시선거리와 시선속도를 포함한 미분 보정은 (2-4-9)식으로부터 구할 수 있다. 그림 2-5-2에 computational block diagram이 설명되어 있다. 입력 자료는 추적 안테나가 위치한 관측소 위치, 위도(ϕ), 경도(λ), 해발고도(H)와 위성 위치 관측자료, 방위각(A_i), 고도각(h_i), 시선거리(ρ_i)와 시선속도($\dot{\rho}_i$), 관측시각(t_i)이다.($i = 1, 2, \dots, n$).

미분 보정법에 의한 위성 궤도를 결정하기 위해서 표 2에 있는 기상위성 NOAA-9호의 1987년 8월 24일 한국표준시간 $16^h05^m00^s$ 에서 $16^h16^m00^s$ 까지의 프로그램 추적자료를 사용하였다. NOAA-9호를 추적한 지점은 경기도 안양시에 있는 전파연구소의 직경 5 m인 추적 안테나가 위치한 건물로 1986년 국립지리원에서 측량한 측지 위도, 경도, 해발 고도는 다음과 같다.

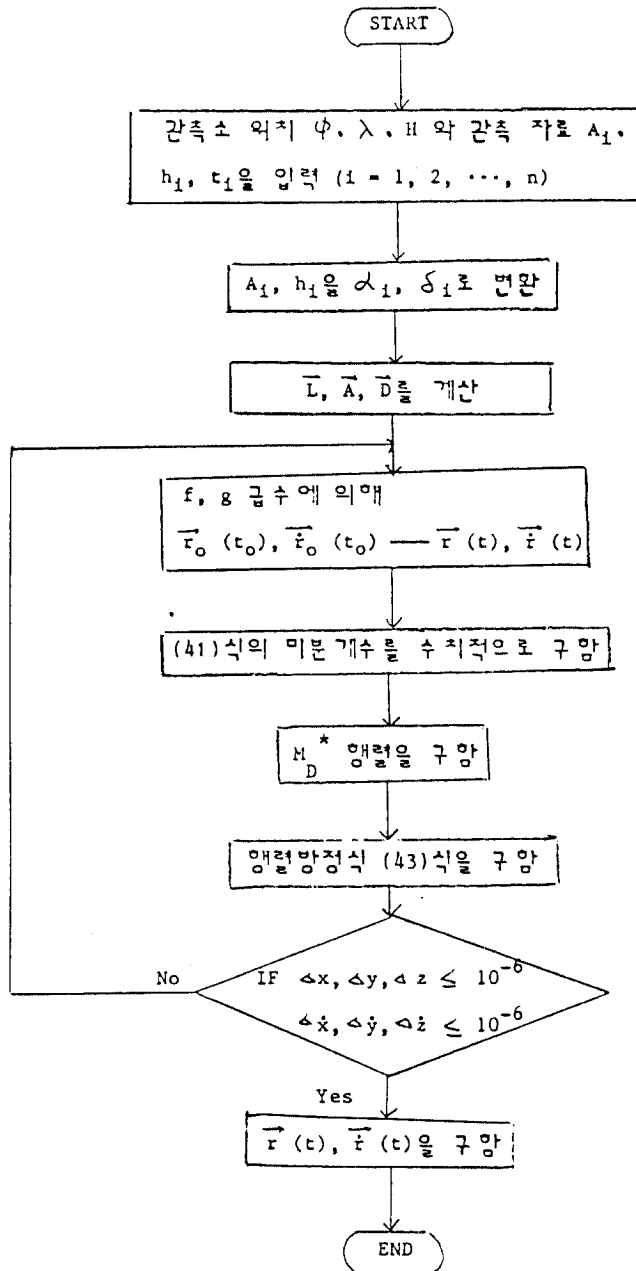


그림 2-5-1 방위각, 고도각의 미분 보정에 대한
Computational block diagram

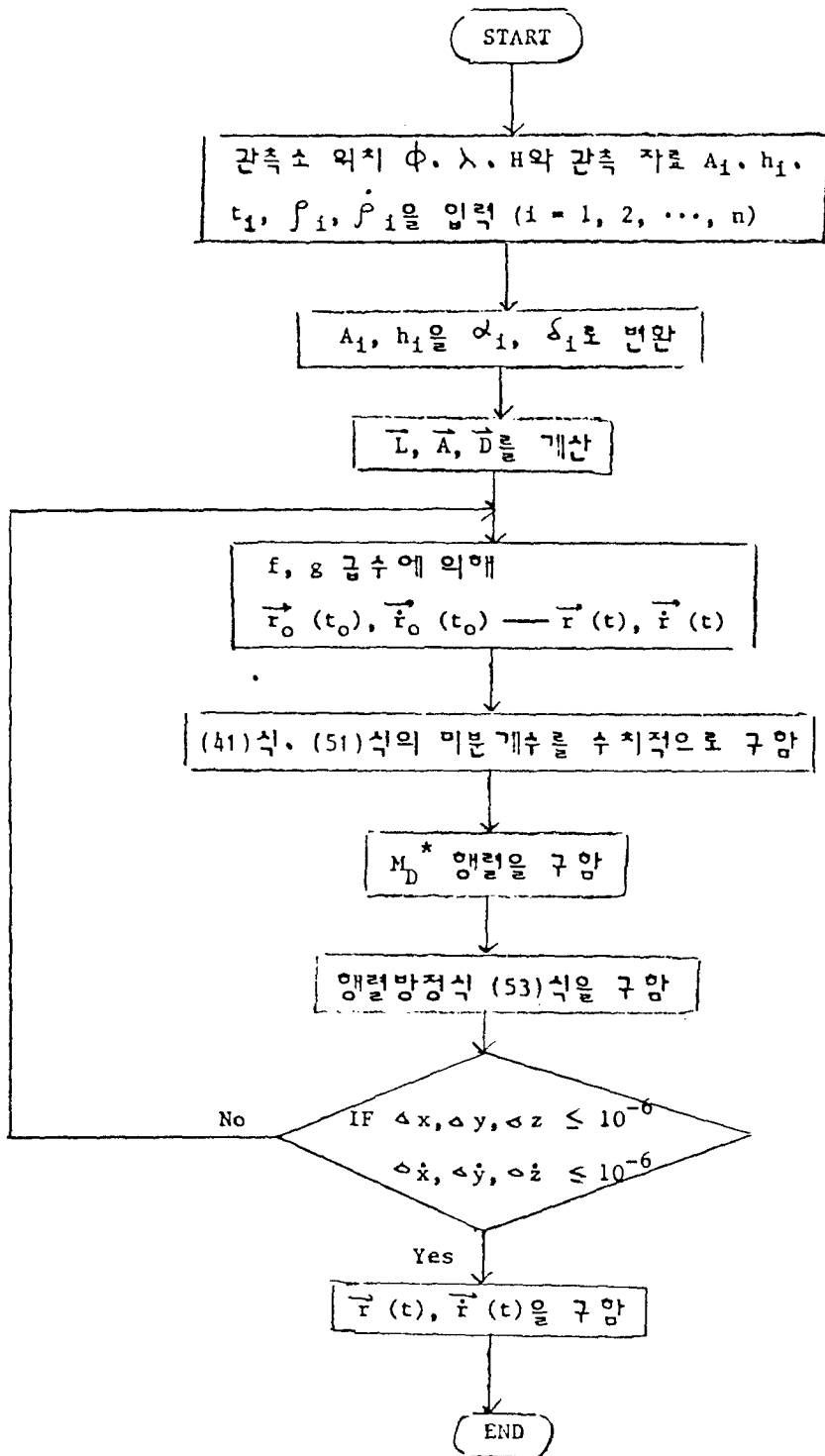


그림 2-5-2 방위각, 고도각, 시선거리, 시선속도의 미분 보정에 대한
Computational block diagram

$$\text{위도 } \phi = \text{북위 } 37^{\circ} 23' 18''.61$$

$$\text{경도 } \lambda = \text{동경 } 126^{\circ} 56' 35''.80$$

$$\text{해발고도 } H = 58.1 \text{ m}$$

우리나라의 측지 기준계는 1841년의 Bessel 타원체로 적도 반경은 6377.3971 km 이고, 편평율의 역수 ($1/f$)는 299.153이다. (유복모, 1984).

예비 궤도의 결정과 미분 보정에 있어서 관측 지점에 대한 기준 좌표계는 Bessel 타원체를 사용하였기 때문에 중간 관측 시각에 대한 위치 벡터의 성분을 IAU(1976)의 좌표계로 바꾸어 주기 위해 다음과 같은 식을 사용하였다.(이과년표, 1987).

$$x(\text{IAU}) = x(\text{Bessel}) - 0.136 \text{ km}$$

$$y(\text{IAU}) = y(\text{Bessel}) + 0.521 \text{ km}$$

$$z(\text{IAU}) = z(\text{Bessel}) + 0.681 \text{ km}$$

프로그램 추적자료로부터 예비 궤도를 결정하는 과정은 중간 관측 시각인 $t_0 = 16^h 10^m 30^s$ (한국표준시, 표 2 참조)로부터 전후 1분 간격인 관측 자료를 사용하였다. Gauss 방법에 의한 3점 관측 자료에 의해 산출한 예비 궤도는 먼저 알아보았다(표 3 참조). Gauss 방법으로 얻어진 예비 궤도는 예측 궤도와 많은 차이가 있음을 알 수 있다. Gauss 방법으로 얻은 예비 궤도를 초기값으로 하는 미분 보정법을 적용하여 보았다. 미분 보정행렬을 구하는 데 수치적인 방법을 사용해서 계산한 결과를 위치 벡터의 각 성분에서는 1 m 까지, 속도 벡터의 각 성분에서는 10^{-8} km/s 까지 일치하

표 2. NCAA-9의 프로그램 추적자료(1987, 8, 24)

K.S.T.			AZIM	ELEV	RANGE	RANGE RATE
h	m	s	(deg)	(deg)	(km)	(km/s)
16	05	00	193.900	7.239	2670.56	-5.9911
16	05	30	196.098	9.448	2492.85	-5.8576
16	06	00	198.655	11.823	2319.69	-5.6867
16	06	30	201.664	14.385	2152.33	-5.4680
16	07	00	205.244	17.149	1992.41	-5.1876
16	07	30	209.550	20.114	1842.04	-4.8283
16	08	00	214.777	23.253	1703.88	-4.3691
16	08	30	221.157	26.480	1581.27	-3.7872
16	09	00	228.924	29.620	1478.20	-3.0633
16	09	30	238.227	32.381	1399.08	-2.1902
16	10	00	248.975	34.368	1348.19	-1.1858
16	10	30	260.678	35.200	1328.79	-0.0998
16	11	00	272.479	34.693	1342.26	+0.9927
16	11	30	283.481	32.970	1387.60	+2.0143
16	12	00	293.107	30.386	1461.77	+2.9100
16	12	30	301.193	27.344	1560.59	+3.6570
16	13	00	307.854	24.160	1679.60	+4.2591
16	13	30	313.319	21.032	1814.72	+4.7347
16	14	00	317.821	18.059	1962.47	+5.1063
16	14	30	321.565	15.281	2120.09	+5.3955
16	15	00	324.714	12.702	2285.37	+5.6204
16	15	30	327.394	10.311	2456.61	+5.7952
16	16	00	329.702	8.088	2632.48	+5.9311

표 3. 프로그램 추적 자료에 대한 미분 보정 (KST $16^h 10^m 30^s$).

궤도 요소	예측 궤도	Gauss 방법	미분 보정법	
			A, h	A, h, $\dot{f}$, $\dot{p}$
x (km)	-5655.78	-5657.61	-5656.64	-5656.18
y (km)	-1633.78	-1632.74	-1633.31	-1633.60
z (km)	4177.40	4177.95	4177.67	4177.55
x (km/s)	3.6554	3.6590	3.6561	3.6550
y (km/s)	2.5497	2.5531	2.5506	2.5496
z (km/s)	5.9531	5.9599	5.9546	5.9527
a (km)	7229.511	7247.995	7234.579	7229.132
e	0.00160	0.00401	0.00218	0.00151
i (deg)	99.055	99.066	99.060	99.057
(deg)	202.606	202.599	202.602	202.604
(deg)	16.390	27.706	21.381	14.585
M (deg)	19.453	8.133	14.460	21.256

였다.

미분 보정에 의해 반복 계산했을때, 그 반복 회수는 보통 5 회 이내에 같은 값으로 수렴하게 된다. 관측 자료가 나쁜 최악의 경우는 결코 수렴하지 않기도 한다. 그런 경우에는 반복 회수가 20 회로 제한하고 더 이상 계산할 필요가 없게 된다.

표 3 에 있는 미분 보정법 중에 몇 관측 자료가 더 많은 방 위각, 고도각, 시선거리, 시선속도를 포함한 미분 보정법이 방위각, 고도각을 사용하는 미분 보정법보다 예측 궤도의 값과 가깝게 접근한다는 것을 알 수 있다.

제 6 절 결 론 (Conclusion)

TIROS-N 계열 위성인 NOAA-9 호에 대한 프로그램 추적 자료를 가지고 예비 궤도를 결정하고, 그것을 초기값으로 한 미분 보정의 과정을 수행해서 중간관측 시각에 있어서의 접용 궤도 요소를 결정하였다. 프로그램 추적자료는 TBUS에 있는 평균 궤도 요소로부터 계산해서 얻는 값이지만, 전파연구소의 직경 5 m인 추적 안테나를 이용해서 얻은 자동 추적자료를 사용하여 마찬가지로 같은 결과를 얻게 된다.

결론적으로 전파연구소의 추적 안테나를 사용하여 미지의 위성에 대한 위성 궤도의 정밀도 향상을 위하여 다음과 같은 경우에 사용할 수 있다.

- i) 수십개 이상의 위성 위치의 관측 (방위각, 고도각)으로 부터

미분 보정에 의한 궤도 개량을 하여 정밀한 궤도를 산출하

는 S/W을 개발하였다.

ii) 수십개 이상의 Doppler 효과에 의한 시선 속도와 시선 거리를 포함한 관측 자료를 미분 보정에 의한 궤도 개량을 하여 정밀한 위성 궤도를 산출하는 S/W을 개발하였다.

제 3 장 위성추적용 Feed 와 저 잡음 증폭기의 설계 및 제작

제 1 절 서 론

위성으로 부터 자료를 수신하기 위해서는 위성을 추적하고 수신할 수 있는 Feed가 필요하다. 위성을 추적하는 방식에는 여러 형태가 있으나 본 연구에서는 모노펄스 추적방식이 사용된다. 이를 위해 S-Band (2.1 ~ 2.3GHz)용 Feed와 저 잡음 증폭기 (Low Noise Amplifier)를 설계, 제작하였다.

Feed는 5 개의 십자형 다이폴 안테나로 구성되어 있는데 4 개의 안테나는 서로 직교가 되도록 배열되어 있어 feed의 boresight 중심으로 방위각과 양각 방향으로 위성이 벗어난 정도를 알 수 있다. 또한, 중앙에 수신을 위한 cavity backed 다이폴 안테나가 설치되어 있다. feed의 전체 구성을 살펴보면 원편파 수신을 가능하게 하기 위하여 90° Hybrid가 연결되어 있다. 이 Hybrid 다음에 좌선 원편파와 우선 원편파를 선택할 수 있도록 RF switch가 연결되어 있다. 선택된 편파는 Monopulse comparator에서 처리되어 방위각과 양각의 차신호와 합신호를 발생한다. 이 차신호가 최소가 되도록 안테나를 움직이도록 하면 위성을 추적할 수 있게 된다. 수신된 신호는 상당히 미약하므로 저 잡음 증폭기를 사용하여 신호의 질 (신호대 잡음비)을 크게 하여야 한다. 따라서 잡음지수가 작아야 하며, 또한 다른 component와의 연

결시 서로의 특성변화가 적도록 정재파비도 작아야 한다. 이를 동시에 만족하도록 하기 위해 Balanced type의 증폭기를 설계하였다. 본 연구에서는 S Band의 극궤도 위성을 추적하며 위성이 송신하는 자료를 수신할 수 있는 feed를 실험에 의해 제작하였고 잡음지수를 좋게 하기 위해 Balanced 형태의 저잡음 증폭기를 설계, 제작하였다.

제 2 절 Feed의 설계 및 제작

1. 안테나 이론

가. 박판 Dipole 안테나의 일반적 특성

이상적인 wire lipole의 경우에는 안테나의 길이(L)와 지름(2a)의 비가 ∞ 이라 가정한 것이며, 만약 2GHz 공진의 $\lambda/2$ -dipole을 만든다면 그 길이를 $\lambda/2$ ($\lambda = 15\text{ cm}$)로 하면 된다. 그러나 실제에 있어서는 모두 $L/2a$ 이 ∞ 가 아니다. 이때 $L/2a$ 에 따른 공진을 위한 길이(L)에 미치는 영향은 $L/2a$ 이 작아짐에 따라 길이를 감소시킨다. 이상의 내용은 원통형과 박판형의 등가성에 근거하여 박판형에도 유지된다.

안테나 분야에서의 Bandwidth[BW]는 일반적으로 “몇가지 특성에 대해서, 안테나의 성능이 특정한 기준에 따르는 주파수 범위”로써 정의된다. Dipole 안테나는 공진형 구조여서 그 Bandwidth는 작다. 일반적 원리로서 원통형 Dipole 안테나에 있어서는 지름(2a)이 클수록 Bandwidth는 넓다.

나. 편파 (Polarization)

전자파의 편파는 전장 (Electric field)의 방향이다. 원거리장 (far field)에서 z-축 방향으로 전파하는 평면파의 경우에는 다음과 같이 표현된다.

$$\underline{E} = E_x \underline{x}_0 + E_y \underline{y}_0 \quad \dots\dots\dots (3-2-1)$$

위 표현식은 선형편파 전개식 (linear polarization expansion)이다. 다시 써보면

$$\underline{E} = E_x (\underline{x}_0 + \hat{\rho}_L \underline{y}_0), \quad \hat{\rho}_L = E_y/E_x \quad \dots\dots\dots (3-2-2)$$

여기에서 $\hat{\rho}_L$ 은 선형편파비 (linear polarization ratio)이며, 복소 상수 (complex constant)이다. 시간이 이 전개식에 포함된다면 전장은 시간에 대하여 공간에서 궤적을 갖게 되며, 시계방향 (clockwise ; cw)이나 반시계 방향 (counter-clockwise ccw)으로 회전하는 전장의 타원 궤적으로 나타난다. (그림 3-2-1) 이 그림에서 τ 는 편파 타원 (Polarization ellipse)의 경사이며 최대응답각 (maximum response angle)이다. 타원의 최대와 최소의 응답 비, 즉 장단축의 비를 축비 (axial ratio)라 한다.

$\hat{\rho}_L = e^{\pm j\tau/2}$ 이면 타원은 원이되어 원편파가 된다. 이때 전장은 ωt 의 율로 cw나 ccw의 회전을 하며 일정한 크기를 갖는다 (그림 3-2-2).

그림(3-2-2)와 같이 원편파의 두 성분 (LHC, RHC)이 있다. 선형 성분의 향으로 직교 단위 벡터 (orthogonal unit vector)를 다음과 같이 정의하자.

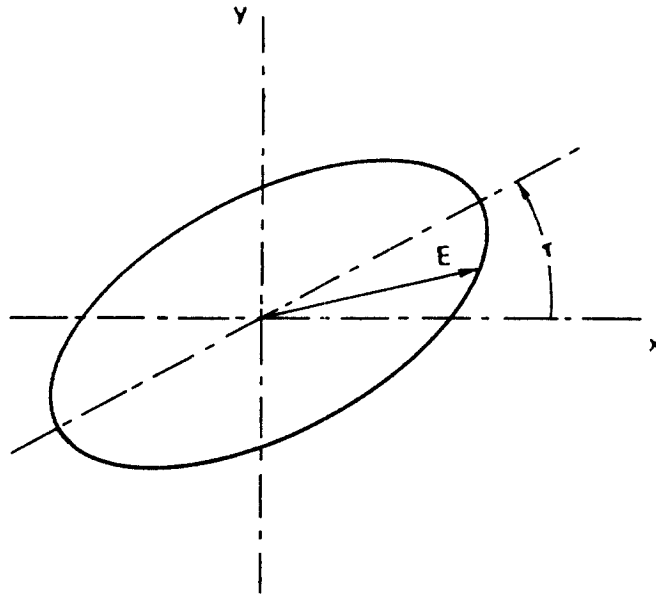


그림 3-2-1 Polarization ellipse

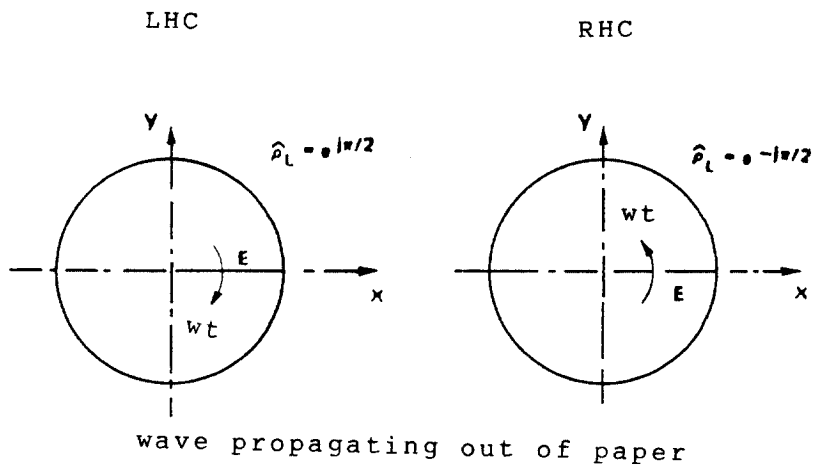


그림 3-2-2 Circularly polarization

$$\underline{R}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{x}_0 - j\underline{y}_0), \underline{L}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{x}_0 + j\underline{y}_0) \dots\dots (3-2-3)$$

편파면 (polarization plane)에 있어서 전장은 이들 새로운 단위 벡터의 향으로 표현될 수 있다.

$$\underline{E} = E_L \underline{L}_0 + E_R \underline{R}_0 \dots\dots\dots (3-2-4)$$

$$E_L = \underline{L}_0^* \cdot \underline{E}, E_R = \underline{R}_0^* \cdot \underline{E} \dots\dots\dots (3-2-5)$$

$$\underline{R}_0^* \cdot \underline{R}_0 = \frac{1}{2} (\underline{x}_0 + j\underline{y}_0) (\underline{x}_0 - j\underline{y}_0) = \frac{1}{2} (1 - j \cdot j) = 1$$

\dots\dots\dots (3-2-6)

$$\underline{R}_0^* \cdot \underline{L}_0 = \frac{1}{2} (\underline{x}_0 - j\underline{y}_0) (\underline{x}_0 + j\underline{y}_0) = \frac{1}{2} (1 + j \cdot j) = 0$$

\dots\dots\dots (3-2-7)

이로써 RHC와 LHC 성분은 서로 직교함을 알 수 있다.

$$\underline{E} = E_L (\underline{L}_0 + \hat{\rho}_c \underline{R}_0), \hat{\rho}_c = E_R/E_L = \rho_c e^{j\delta_c} \dots\dots\dots (3-2-8)$$

여기서 ρ_c 는 원편파비 (circular polarization ratio)이다.

그림 (3-2-3)에 대하여 두 원편파 성분 ($|E_L| > |E_R|$ 인 경우)으로 고려해 보자. 두 원은 서로 반대 방향으로 ωt 의 속도로 회전한다. 결국 두원의 회전은 타원궤적을 남긴다. 원편파율 δ_c 는 RHC와 LHC 성분사이의 위상 차이이다. 그림 (3-2-3)의 원들은 합차에 의해 최대와 최소 전장을 갖는다. 즉,

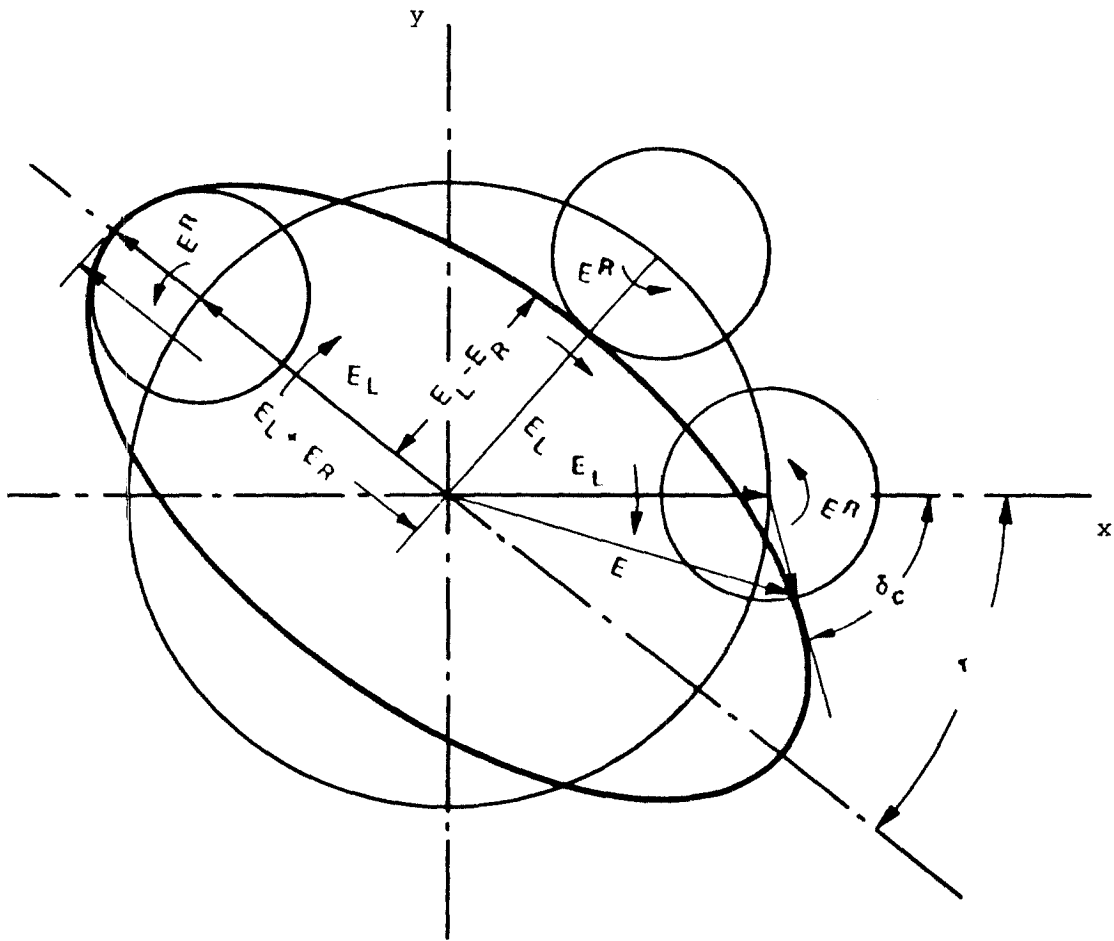


그림 3-2-3

polarization ellipse

RHC & LHC components

$$E_{\max} = |E_R| + |E_L| \dots\dots\dots (3-2-9)$$

$$E_{\min} = |E_L| - |E_R| \dots\dots\dots (3-2-10)$$

이때 축비는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \text{Axial ratio} &\triangleq \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{|E_L| + |E_R|}{|E_L| - |E_R|} = \frac{1 + |\hat{\rho}_c|}{1 - |\hat{\rho}_c|}, \text{ for LHC} \\ &= \frac{|E_R| + |E_L|}{|E_R| - |E_L|} = \frac{|\hat{\rho}_c| + 1}{|\hat{\rho}_c| - 1}, \text{ for RHC} \\ &\dots\dots\dots (3-2-11) \end{aligned}$$

결과적으로 원편파를 원 할때는 E_R 축은 E_L 만이 존재해야 함을 알 수 있다. 다시 말해서 축비가 1인 경우만이 정확한 원편파를 이룰 수 있다는 것이다.

십자형 Dipole인 경우 wire의 지름이 거의 0에 가까운 이상적인 경우에는 각 Dipole에 의해 하나의 선형 원거리 전장 성분만이 존재하므로 90°-Hybrid를 이용하여 원편파를 얻을 수 있다.

다. Cavity-Backed Dipole 안테나 (CBDA)

복사 패턴, 이득등은 주로 Cavity Aperture의 크기, 구조에 의해 주로 결정된다. Dipole의 크기, 구조는 이것들에 별영향을 미치지 못하고, 다만 안테나 impedance, VSWR등을 조정한다. 이 이유는 CBDA가 Aperture 형태의 안테나로 작용하기 때문이며, 따라서 Aperture 형태의 안테나 복사이론으로부터 복사패턴, impedance 특성등을 알 수 있다.(그림 3-2-4)

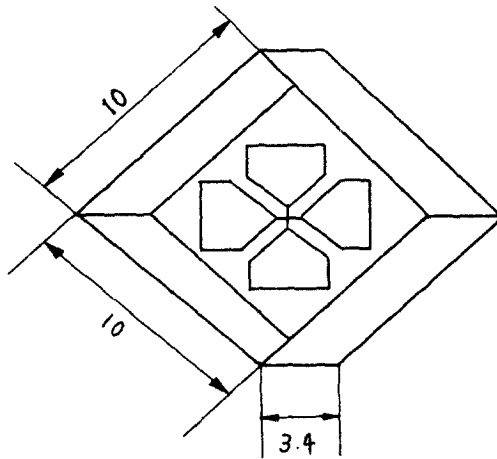


그림 3-2-4 Cavity Backed dipole antenna

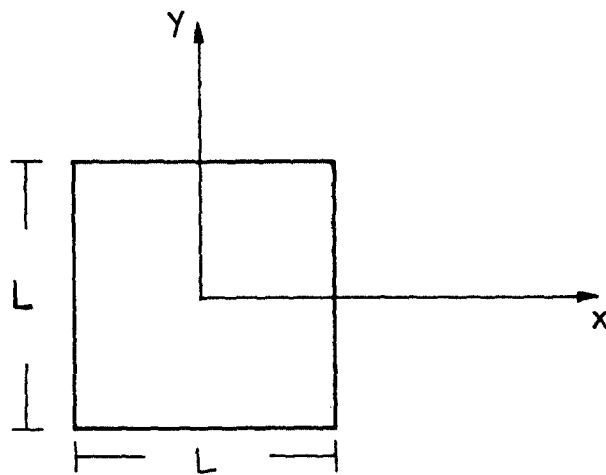


그림 3-2-5 Aperture

7. 복사 패턴 특성

그림 3-2-5 와 같이 Aperture 에 전기장이 $\underline{E}_a$ 주어져 있을 때, Far-field 복사 패턴을 다음과 같이 계산할 수 있다. 우선, Aperture 상에서의 등가자기전류 $\underline{M}_s = \underline{n}_0 \times \underline{E}_a$ 를 구한다. 그다음, Far-field 전기 vector potential $\underline{F}$ 를 구한다.

$$\underline{F} = \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \int_{sa} \underline{M}_s e^{j\beta \underline{r} \cdot \underline{r}'} ds' \dots\dots\dots (3-2-12)$$

여기서 $\underline{n}_0$: 개구면에 수직인 단위 vector

r : 원점으로 부터 Far-field 관측점까지 거리

$\underline{r}_0$: r 방향 단위 vector

$$\underline{r}_0 = \sin\theta \cos\phi \underline{x}_0 + \sin\theta \sin\phi \underline{y}_0 + \cos\theta \underline{z}_0$$

$\underline{r}'$: 전원점의 좌표

$$\underline{r}' = x' \underline{x}_0 + y' \underline{y}_0$$

Far-field 전기, 자기장은 윗식들로 부터

$$\underline{H} = -j\omega \epsilon_0 \underline{F} \dots\dots\dots (3-2-13)$$

$$\underline{E} = \eta \underline{H} \times \underline{r}_0 \dots\dots\dots (3-2-14)$$

와 같이 구해진다.

복사 패턴은 $\underline{E}$, $\underline{H}$ 중 r 의존항을 빼면 얻어진다.

이 상으로 부터, $\underline{E}_a = E_{ax} \underline{x}_0 + E_{ay} \underline{y}_0$ 이 주어졌을 때 기계적으로 θ 성분, ϕ 성분 복사 패턴 E_θ , E_ϕ 를 구하는 식은 다음과 같다.

$$\underline{E}_a = E_{ax} \underline{x}_0 + E_{ay} \underline{y}_0 \dots\dots\dots (3-2-15)$$

$$P_x = \int_{sa} E_{sa} e^{j\beta(ux' + vy')} dx' dy'$$

$$P_y = \int_{sa} E_{sa} e^{j\beta(ux' + vy')} dx' dy' \dots\dots\dots (3-2-16)$$

$$E_\theta(\theta, \phi) = P_x \cos \phi + P_y \sin \phi$$

$$E_\phi(\theta, \phi) = \cos \theta (P_y \cos \phi - P_x \sin \phi) \dots\dots\dots (3-2-17)$$

여기서 $u = \sin \theta \cos \phi$

$$v = \sin \theta \sin \phi$$

로 정의된다.

윗 식들로 부터 본 CBDA의 복사 패턴을 구할 수 있는데, cavity를 끝이 단락된 도파관으로, Dipole을 이 도파관을 여기시키는 Excitor로 생각한다.

도파관의 길이가 충분히 길다면, 전파 mode(propagating mode)만이 도파관의 개구부(open mouth)에서 살아남을 것이나, 본 CBDA와 같이 도파관의 길이가 짧은 경우, 전파 mode와 함께, 손실 mode (Evanescent mode)도 개구부에서 어느 정도 크기를 갖고 있을 것이다.

그러나 본 연구에서는 이중 전파 mode만이 존재한다고 가정한다. 사용 중심주파수 (2.2GHz)에서는 전파 mode중 기본 전파 mode만이 존재하는데, 개구면의 가로, 세로 크기가 같고 Excitor Dipole의 방향이 가로선에 대해 45° 기울어져 있으므로 TE₁₀, TE₀₁ mode가 각각 같은 크기로 여기된다.

참고로 TE₁₀, TE₀₁ mode가 발생하기 시작하는 cut-off

주파수 f_{c10} (또는 f_{c01})를 계산하면

$$f_{c10} = \frac{C}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$= 1.5\text{GHz} \quad (C : \text{광속도}, m=1, n=0, a=b=10\text{ cm})$$

가 된다.

Cavity의 개구면에 TE_{10} , TE_{01} mode가 E_0 의 크기로 존재할 때, 복사 패턴을 구하면 다음과 같다 (그림 3-2-5).

TE_{10} , TE_{01} 는 Aperture 평면에서 각각

$$\underline{E}_{a10} = E_0 \underline{\hat{y}} \cos \frac{\pi}{L} x'$$

$$\underline{E}_{a01} = E_0 \underline{\hat{x}} \cos \frac{\pi}{L} y' \dots\dots\dots (3-2-18)$$

로 나타낼 수 있다.

따라서, P_x, P_y 는 식 (3-2-16)으로 부터

$$P_x = jE_0 \frac{\text{sm}[\beta(L/2)u]}{\beta(L/2)u} \cos[\beta(L/2)v] \frac{2\pi/L}{(\pi/L)^2 - (\beta v)^2}$$

$$P_y = jE_0 \frac{\text{sm}[\beta(L/2)v]}{\beta(L/2)v} \cos[\beta(L/2)u] \frac{2\pi/L}{(\pi/L)^2 - (\beta u)^2}$$

$$\dots\dots\dots (3-2-19)$$

로 계산되며, 복사 패턴 $E_\theta(\theta, \phi)$, $E_\phi(\theta, \phi)$ 는 식 (3-2-17)에 의해 계산된다.

그 결과, 본 CBDA에서 E 평면 ($\phi=0^\circ$), H 평면 ($\phi=90^\circ$)에

서의 복사 패턴은 두 평면에서 모두

$$E_{\theta}(\theta) = jE_0 \frac{\sin[\beta L/2 \sin\theta] 2\pi/L}{\beta L/2 \sin\theta (\pi/L)^2}$$

$$E_{\phi}(\phi) = jE_0 \cos\theta \cos[\beta L/2 \sin\theta] \frac{2\pi/L}{(\pi/L)^2 - (\beta \sin\theta)^2} \dots\dots\dots (3-2-20)$$

로 동일하다.

ㄴ. Impedance 특성

그 다음으로 CBDA의 impedance 특성을 알아 본다. 안테나의 impedance, VSWR 특성은 Dipole이 일차적으로 결정하나, cavity의 공진 특성에 의해 impedance, VSWR 특성이 약간 수정된다. cavity에 TE₁₀ mode (또는 TE₀₁ mode)만이 존재한다고 보고, 이 mode에 대한 등가 전송선 model을 그림(3-2-6)과 같이 나타낸다.

Dipole 안테나가 존재하는 평면은 A-A'이라고 정의하고, 도체판이 존재하는 평면을 B-B'이라고 정의하는데 B-B'은 단락된 것으로 나타낼 수 있다.

도파관 이론으로 부터 주파수 f에서 TE₁₀ mode에 대한 파수 β₁₀(f), 특성 impedance Z₁₀(f)는 다음과 같이 구해진다.

$$\beta_{10}(f) = \sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \dots\dots\dots (3-2-21)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\pi f}{3 \times 10^{10}}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{10}\right)^2} \dots\dots\dots (3-2-22)$$

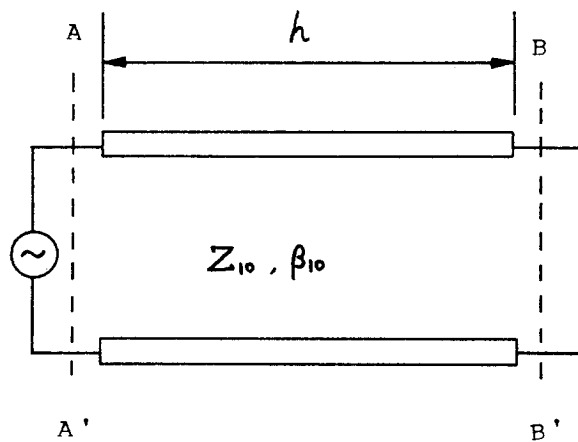


그림 3-2-6 동가 전송선 모델

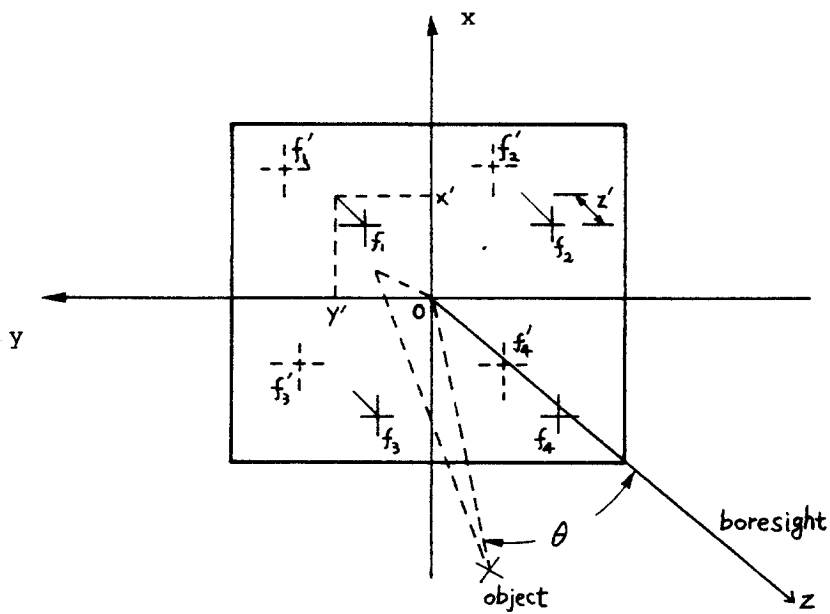


그림 3-2-7 Monopulse 추적 System

$$Z_{10}(f) = \omega \mu_0 / \beta_{10}(f) \dots\dots\dots (3-2-23)$$

이 전송선 model에서, A-A' 면 (Dipole 안테나)으로 부터 복사되는 파와 이 파가 전송선을 따라 cavity 안쪽으로 갔다가 B-B' 면에서 반사되어 나온 파가 A-A' 면에서 In-phase가 되면 공간으로 잘 복사될 것임을 알 수 있다. 이는 공간에 대한 반사계수가 0에 가까와 짐을 나타내고, impedance는 기준 impedance (본 system의 경우 50Ω)에 가까와 지며, VSWR은 1에 가까와 짐을 나타낸다.

윗 두파가 In-phase가 되는 조건은, 두파사이의 phase차가 2π 의 정수배가 되는 것이다. 여기서 cavity의 깊이 h는 3.4 cm이다.

두파 사이의 phase차는, 파가 전송선을 왕복하는데 걸리는 위상 지연 $2\beta_{10}h$ 와 단락면 $\beta-\beta'$ 면에서의 위상지연 π 를 합한 값이 된다.

따라서 In-phase 조건은

$$2\beta_{10}(f)h + \pi = 2n\pi \quad (n = 0, 1, 2 \dots) \dots\dots\dots (3-2-24)$$

으로 쓸 수 있으며 이 조건을 만족하는 최저 주파수를 구하면, 식 (3-2-22) (3-2-24)로 부터 $f = 2.67\text{GHz}$ 가 얻어진다.

즉 주파수가 2.67GHz에서 cavity 공진이 일어나서 공간으로 Energy가 잘 복사될 것이 예상된다.

라. Monopulse 추적 System의 차 패턴

본 연구의 Momopulse 추적 System은 Reflector를 포함시키지 않은 feed 자체만으로는 위상 비교방식을 취하고 있으며, 목표물의 방위각(Azimuth angle)과 고도각(Elevation Angle)을 동시에 알아 내어 목표물을 추적하는 Dual Plane Monopulse추적 system이다.

그림 3-2-7에 방위각 평면 (y-z 평면)과 고도각 평면 (x-z 평면)에서 위상비교를 하기 위해 4개의 Dipole 소자가 x-y 평면 상에 배열되어 있으며, 이들을 일정한 거리에서 받쳐주는 도체판이 있다.

이경우 각 소자에 대한 영상소자를 생각하고 도체판은 없다고 생각할 수 있는데 결과적으로 8소자 array system을 이룬다.

각각의 신호를 정량적으로 나타내기 위하여, Feed System을 송신기로 생각하고 복사 패턴을 조사하면 가역성 (Reciprocity)에 의해, 이 복사 패턴은 오차각도 θ 에 따른 Feed System의 수신 패턴과 같다. Array 안테나 이론으로 부터, 복사 패턴은 Array Factor와 Element 패턴의 곱으로 나타내어진다. 즉,

Radiation Pattern of Array ant., $F(\theta, \phi)$

$$= \underline{f}(\theta, \phi) \sum_{i=1}^N I_i e^{jk \cdot \underline{r}_i}$$

$$= (\text{Element Pattern}) \times (\text{Array Factor})$$

..... (3-2-25)

여기서, Element 패턴, $f(\theta, \phi)$ 항은 원점에 위치한 한개의 안테나 소자에 의한 복사 패턴이고, Array Factor, $\sum_{i=1}^N e^{jk \cdot r_i}$ 항은 그림 3-2-7의 Array 안테나와 같은 위치에 놓여 있으며, 같은 크기, 위상으로 여기된 Isotropic 안테나에 의한 복사 패턴이다. 그런데 Element 패턴이 정면방향에서 Array factor에 비해 매우 Broad한 특성을 보이므로 복사 패턴을 Array factor로 근사시켜 생각한다.

그림 3-2-7에서, Source 점 좌표 (x_i, y_i, z_i) 에 소자가 위치하여 복소량 I_i 로 여기될 때, 이들 8소자 array로 부터의 복사 패턴의 Array factor는 식 (3-2-25)로 부터

$$(\text{Array Factor}) = \sum_{i=1}^8 I_i e^{jk(x_i \sin\theta \cos\phi + y_i \sin\theta \sin\phi + z_i \cos\theta)} \dots\dots\dots (3-2-26)$$

(여기서 소자 f_1 의 위치는 (x', y', z') 이며 나머지 소자들은 각각 x, y, z 축에 대한 대칭점에 있음)

로 주어진다. 식 (3-2-26)로 부터, 방위각차 신호 Δaz , 고도각차 신호 Δel 을 각각 구한다.

ㄱ. 방위각 차신호

소자 f_1, f_2 는 +1로 f_2, f_4 는 -1로 여기되며 영상소자 f_1', f_3' 는 -1로 f_2', f_4' 는 +1로 여기된다. 이때 식 (3-2-26)으로 부터

$$(\text{Array factor}) = -\sin(\beta x' \sin\theta \cos\phi) \cos(\beta y' \sin\theta \sin\phi) \sin(\beta z' \cos\theta) \dots\dots\dots (3-2-27)$$

이를 $\phi = 90^\circ$ 인 방위각 평면 ($y-z$ 평면)에서 보면

$$\Delta \alpha(\theta) = \sin(\beta y' \sin \theta) \sin(\beta z' \cos \theta) \dots\dots\dots (3-2-28)$$

가 얻어진다.

ㄴ. 고도각 차 신호

소자 f_1, f_2 는 $+1$ 로 f_3, f_4 는 -1 로 여기되며 영상소자 f_1', f_2' 은 -1 로 f_3', f_4' 은 $+1$ 로 여기된다. 이때 식 (26)으로 부터

$$\begin{aligned} (\text{Array factor}) = & -\sin(\beta x' \sin \theta \cos \phi) \cos(\beta y' \sin \theta \sin \phi) \\ & \sin(\beta z' \cos \theta) \dots\dots\dots (3-2-29) \end{aligned}$$

이를 $\phi = 0^\circ$ 인 고도각 평면 ($x-z$ 평면)에서 보면

$$\Delta \alpha(\theta) = \sin(\beta x' \sin \theta) \sin(\beta z' \cos \theta) \dots\dots\dots (3-2-30)$$

가 얻어진다.

2. Feed의 제작 및 특성

가. 추적용 안테나

그림 (3-2-8)에 나타난 형태의 planar dipole의 폭 (w)과 길이 (1)에 따른 특성을 조사하여야만 원하는 특성의 안테나를 설계할 수 있으므로 다양한 폭에 따른 여러 가지 길이의 안테나를 제작하였다. 재료는 0.6 mm 두께의 황동판을 이용하였다. 안테나를 여기시키는 전송선은 그림 (3-2-8)의 단면에서 보이듯 Balun을

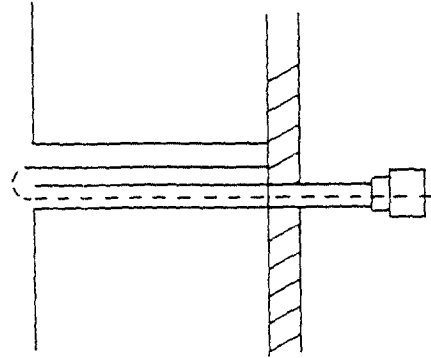
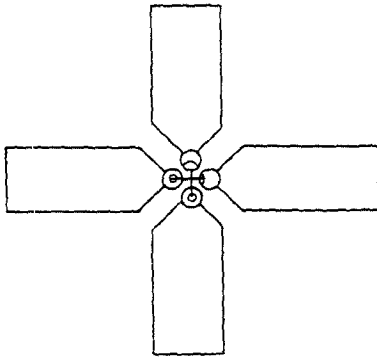


그림 3-2-8 추적용 안테나

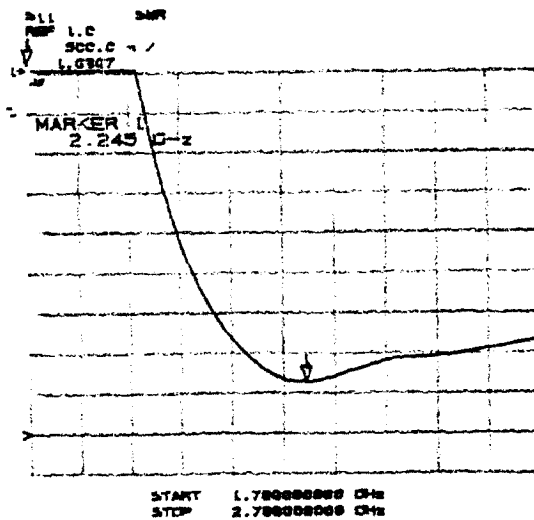


그림 3-2-9

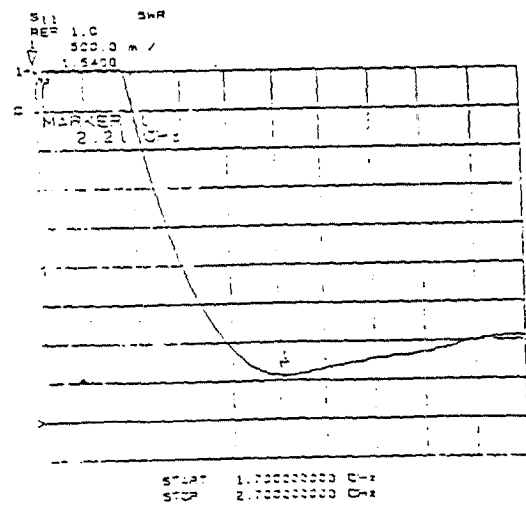


그림 3-2-10

이용하였다.

수신코자하는 신호의 중심 주파수가 2.2 GHz ($\lambda = 13.64 \text{ cm}$) 이고 $\lambda/2 - \text{dipole}$ (반파장 Dipole)을 이용하는 것이므로 Dipole 날개하나의 길이(l)는 $\lambda/4 = 3.41 \text{ cm}$ 이다. 그러나 앞의 이론에서 살펴본 Dipole 안테나의 일반적 특성으로 부터, 폭(w)을 갖는 Dipole이므로 폭에 따라 적정길이의 안테나(중심 주파수에서 공진이 일어나도록 한다)를 제작하였다.

제작한 안테나들의 크기와 SWR 특성 측정 결과는 다음 표 1. 과 같다.

표 1. 다양한 크기의 안테나와 각각의 SWR

제작한 Ant.		SWR	Band width (SWR1.5기준)	Band width (SWR1.7기준)	Band width (SWR2.0그림)	참조그림
폭(w)	길이(l)					
0.8	2.2	1.63	0	100	400	3-2-9
0.9	2.2	1.55	0	200	500	3-2-10
1.0	2.1	1.49	40	230	700	3-2-11
1.0	2.1	1.46	0	230	450	
1.2	1.9	1.38	100	200	450	3-2-12
1.3	2.0	1.35	180	400	1GHz이상	3-2-13
1.6	1.7	1.19	220	600	"	3-2-14
1.9	1.7	1.10	200	550	"	3-2-15
2.2	1.5	1.10	240	300	"	3-2-16
cm	cm	cm	MHz	MHz	MHz	단위

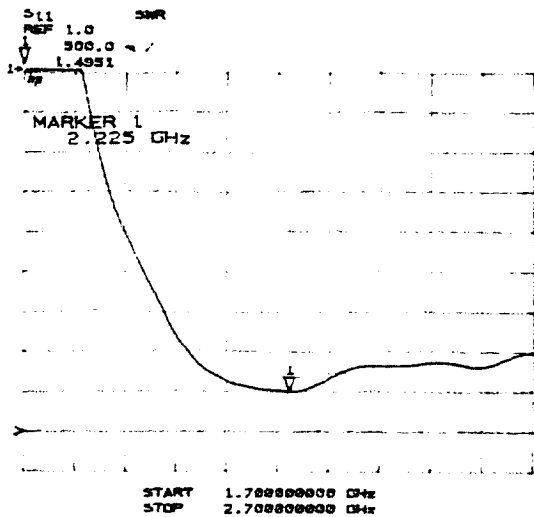


그림 3-2-11

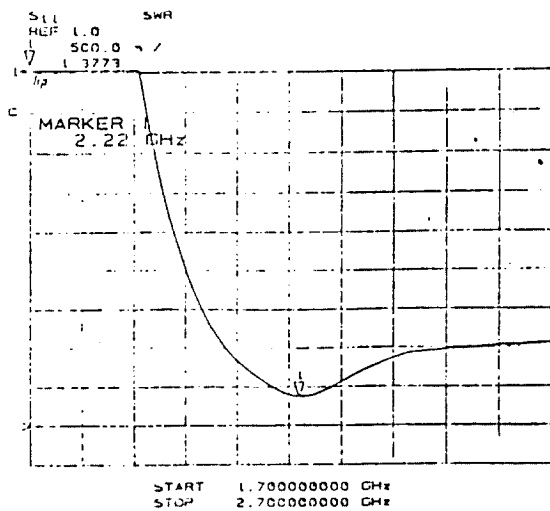
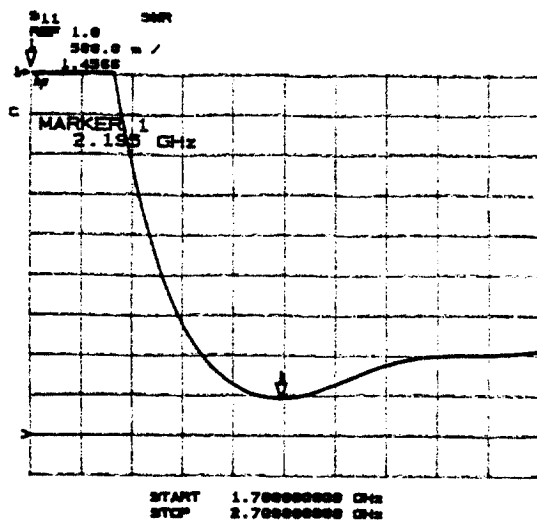


그림 3-2-12

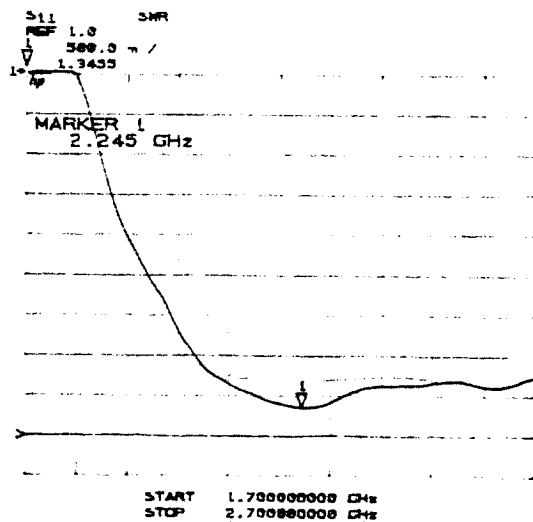


그림 3-2-13

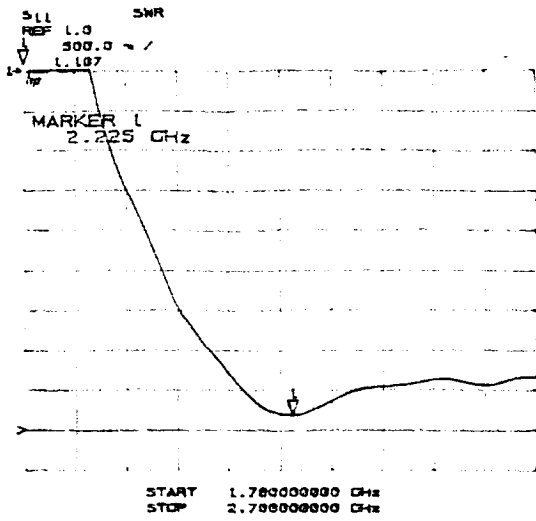


그림 3-2-14

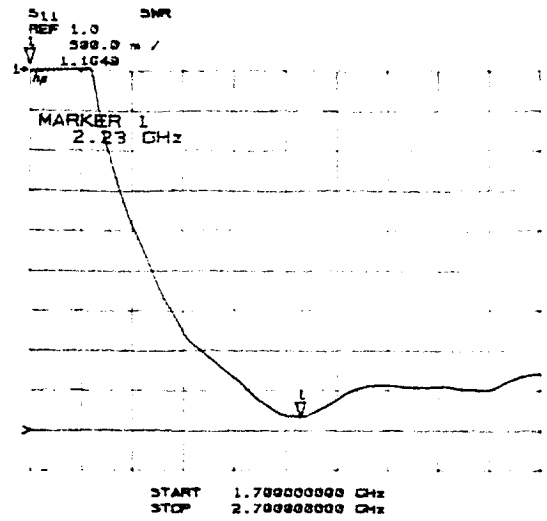


그림 3-2-15

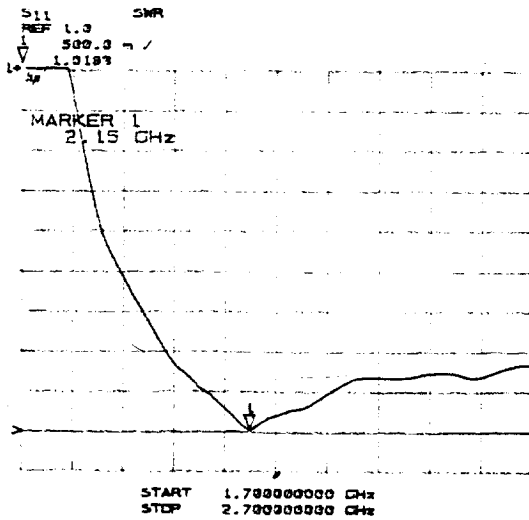


그림 3-2-16

이상의 측정결과를 토대로 정리해 보면,

첫째, 다양한 폭의 Dipole에 대하여 중심 주파수에서 공진이 일어나도록 하는 길이를 결정하는 과정에서 길이에 따른 SWR과 이 SWR이 최소인 때의 주파수의 관계를 정리하여 보았다.
(그림 3-2-17)

둘째, 위 첫째의 개별적 결과를 중심 주파수인 2.2GHz에서 SWR이 최소인 때의 Dipole 날개의 폭과 길이의 관계를 정리하여 보았다. (그림 3-2-18) 이 결과는 width가 넓을수록 공진 주파수를 얻는 길이가 줄어든다는 Dipole의 일반적 특성의 경향을 따른다.

셋째, 중심 주파수 2.2GHz에 맞는 안테나 길이에 폭을 변화시켜 최소 SWR과 특정 SWR (1.5, 1.7, 2)을 기준으로 한 Bandwidth를 정리하여 보았다. (그림 3-2-19) 이 결과로 판 Dipole의 폭이 넓을수록, Bandwidth가 넓어짐을 알 수 있다.

추적용 안테나에 대한 특성측정을 통하여 SWR의 사양을 중심 주파수 1.5 이하로 하여, SWR이 1.5에 제일 가까운 폭 1cm, 길이 2.1cm의 날개를 사용하게 되었다. 왜냐하면 사양이하의 SWR을 갖는 Dipole 안테나 가운데 Bandwidth가 제일 작은 안테나가 중심 주파수 대역인 2.1GHz ~ 2.3GHz만을 수신하려는 경향을 갖으므로 이 대역이외의 필요치 않은 신호들을 받아 들이지 않으려고 하기 때문이다.

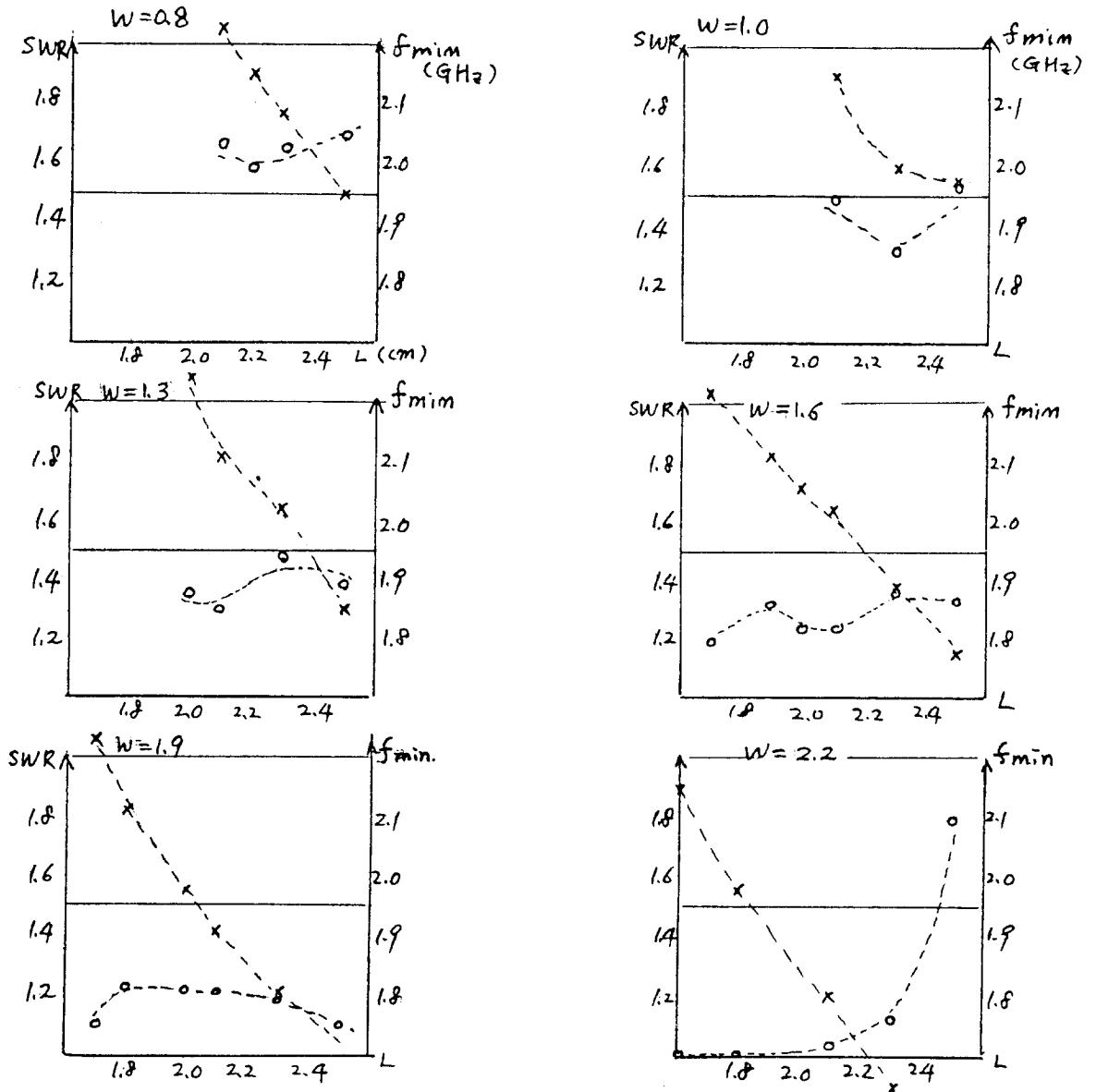


그림 3-2-17 다양한 폭에 대한 SWR과 f_{min} 과 안테나 길이와의 관계

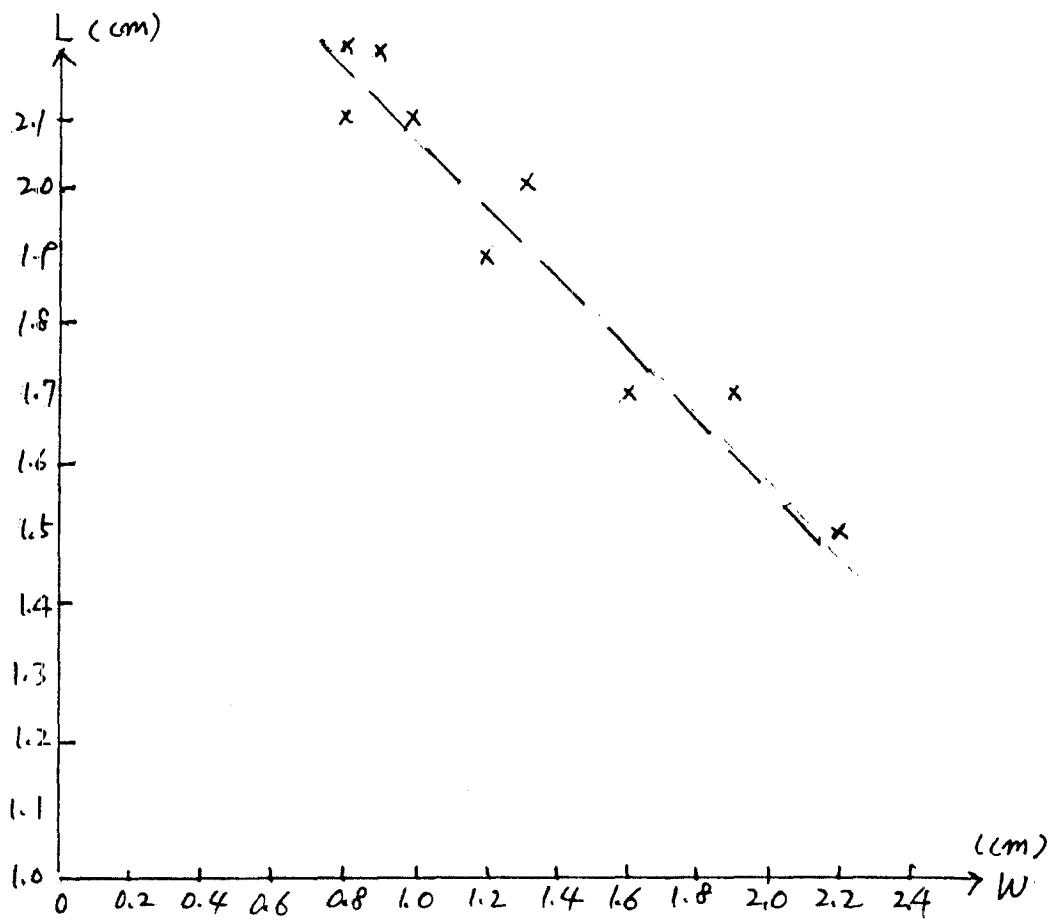


그림 3-2-18 2.2 GHz에서 $f_{\min}$ 인 길이와 폭의 관계

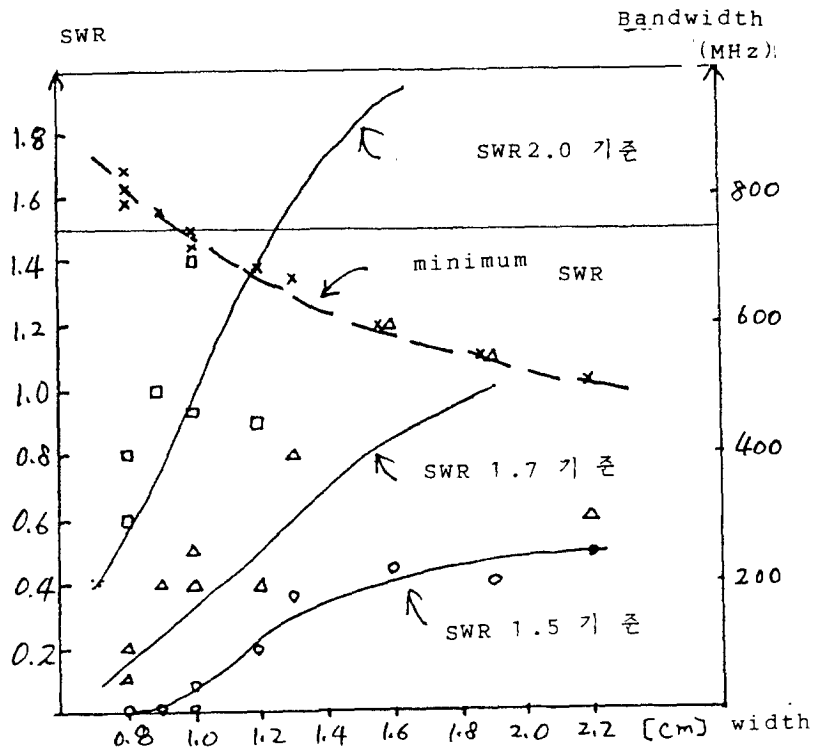


그림 3-2-19 2.2 GHz에서 f_{min} 이기 위한 적정 길이의 안테나 폭에 대한 Bandwidth와 SWR의 관계

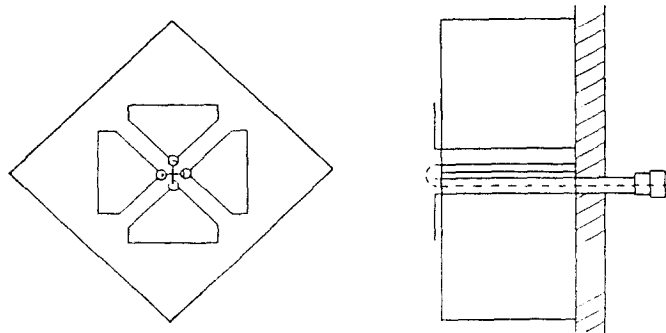


그림 3-2-20 신호 수신용 안테나

나. 신호 수신용 안테나 (그림 3-2-20)

ㄱ. Cavity의 면적의 변화에 따른 VSWR의 변화

다이폴 안테나의 한쪽 날개의 길이가 1.7 cm 이고, 폭이 2.5 cm 일때 cavity의 면적의 변화에 따른 VSWR의 변화를 그림 (3-2-20)에 나타내었다. 이때 cavity높이는 3.4 cm 이다.

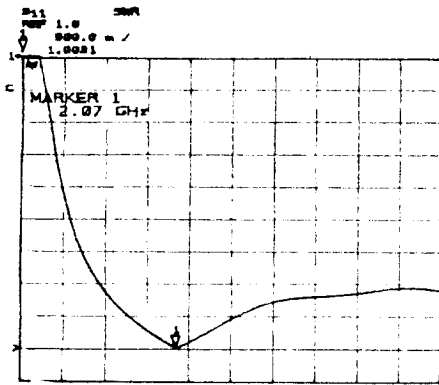
그림 (3-2-21)의 (a)에는 cavity없이 다이폴 안테나 만의 VSWR 특성을 나타내었으며, (b)~(e)에는 cavity의 면적이 커짐에 따라 cavity의 공진주파수에 의한 다이폴 안테나의 변화를 나타내었다. 이 그림들로부터 cavity의 공진주파수를 얻을 수 있다. 이 측정값이 근사적으로 계산한 이론값과 얼마나 다른지 조사해 보고자 한다.

이론적인 cavity의 공진주파수를 구하기 위해 cavity를 끝이 단락된 도파관으로, 다이폴을 이 도파관을 여기시키는 Excitor로 생각한다. 그러면 도파관 이론으로 부터 주파수 f 에서 TE_{10} 모드에 대한 파수 $\beta_{10}(f)$ 는 다음과 같이 구해진다.

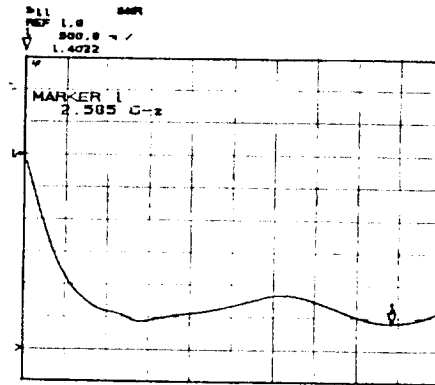
$$\beta_{10}(f) = \sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \dots\dots\dots (3-2-31)$$

여기에서 a 는 cavity의 한변의 길이이고 c 는 광속도이다. 이 전송선 모델에서, 다이폴 안테나로부터 복사되는 파와 이 파가 전송선을 따라 cavity 안쪽으로 갔다가 반사되어 나온 파가 동 위상이되면 공간으로 잘 복사 될것임을 알 수 있다.

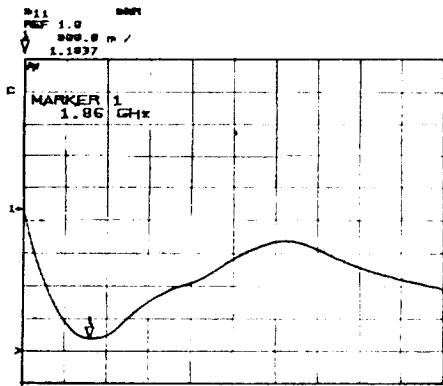
따라서 다이폴 안테나의 높이를 h 라 할 때



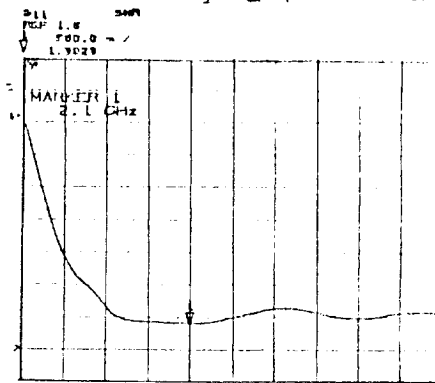
(a) Cavity 없을때



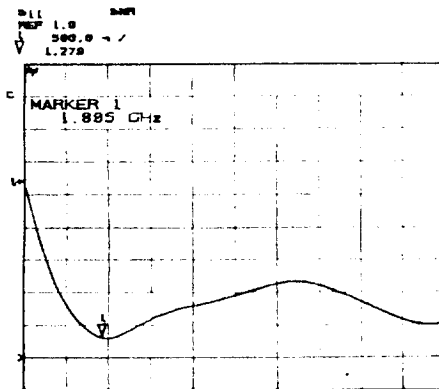
(d) Cavity 면적 : 10 X 10 cm



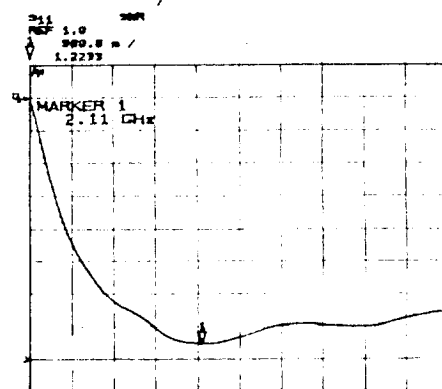
(b) Cavity 면적 : 8 X 8 cm



(e) Cavity 면적 : 11 X 11 cm



(c) cavity 면적 : 9 X 9 cm



(f) Cavity 면적 : 12 X 12 cm

START 1.78980000 GHz
STOP 2.78980000 GHz

그림 3-2-21 Cavity 면적과 SWR과의 관계

In-Phase 조건

$$2\beta_{10}(f)h + \pi = 2n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (3-2-32)$$

을 만족하는 최저 주파수 f 를 구하면, 이 값이 cavity 의 공진 주파수를 근사적으로 구한 이론값이 된다.

이렇게 해서 구한 이론값과 그림 (3-2-21) 의 측정값 과를 표 2. 에 나타내었다.

표 2.

Cavity 면적	공진주파수 f_{10} 이론값	측 정 값
12 cm × 12 cm	2.53 GHz	2.5 GHz
11 cm × 11 cm	2.6 GHz	2.52 GHz
10 cm × 10 cm	2.66 GHz	2.58 GHz
9 cm × 9 cm	2.76 GHz	2.67 GHz
8 cm × 8 cm	2.9 GHz	

표 2. 로 부터 이론값과 측정값 사이에 30MHz ~ 90MHz 정도의 차이가 있음을 알 수 있으나, 안테나 및 cavity 를 만들때의 오차를 생각한다면 이론값과 측정값이 잘 일치함을 알 수 있다.

한편 그림 (3-2-21) 에서 cavity 면적이 변함에 따라 cavity 내에 있는 다이폴 안테나 자체의 공진주파수가 변화함을 알 수 있다.

결국 cavity의 면적이 증가함에 따라 Band (2.1~2.3GHz) 내에서 VSWR의 특성이 좋아짐을 알 수 있다.

ㄴ. Cavity의 높이에 따른 VSWR의 변화

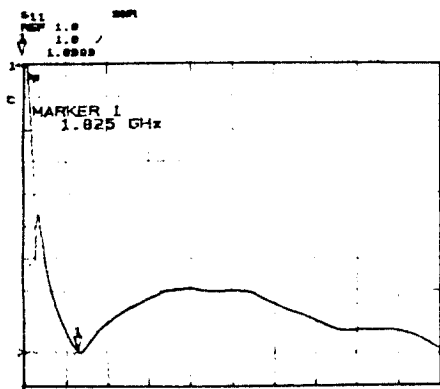
다이폴 안테나의 날개 길이가 1.8 cm이고 폭이 2.5 cm이며, cavity의 면적이 10 cm×10 cm일 때 cavity 높이의 변화에 따른 VSWR의 변화를 그림 (3-2-22)에 나타내었다. 이 그림에서 cavity 높이의 변화에 의해 VSWR은 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

이것은 식 (3-2-31)(3-2-32)로 부터도 알 수 있듯이, cavity의 공진주파수는 cavity의 면적과 다이폴 안테나의 높이에 의해서 결정되기 때문이다.

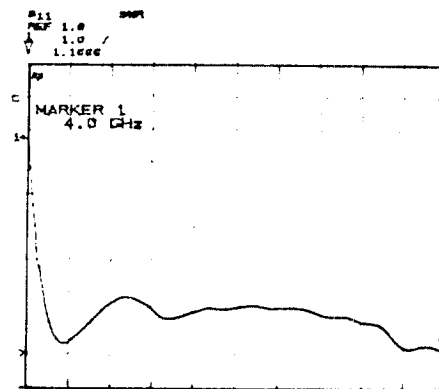
그러나 cavity의 역할이 추적용 안테나와 수신용 안테나 사이를 전기적으로 격리시키는 기능이 포함되므로 안테나 높이와 같도록 제작하였다.

ㄷ. 신호수신용 다이폴 안테나의 길이에 따른 VSWR의 변화

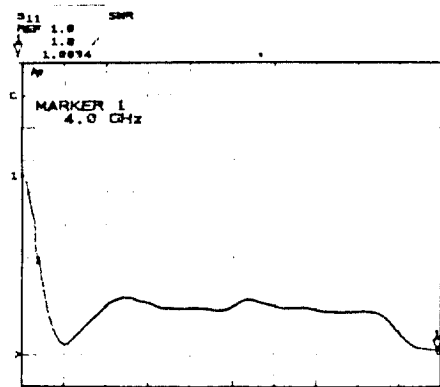
cavity의 면적이 11 cm×11 cm일때 cavity내의 신호수신용 다이폴 안테나의 날개폭을 2.5 cm로 고정하고 길이를 변화시켜가며 VSWR의 변화를 측정한 것을 그림 (3-2-23)에 나타내었다. 그림 (3-2-23)에서 cavity에 의한 공진주파수가 약 2.52GHz에서 생기고 있는 것을 볼 수 있으며, 또한 다이폴 안테나의 날개 길이를 줄임에 따라 다이폴에 의한 공진 주파수가 증가하고 있는 현상을 볼 수 있다. 특히 그림 (3-2-23)의 (f)는 다이폴 안테나에



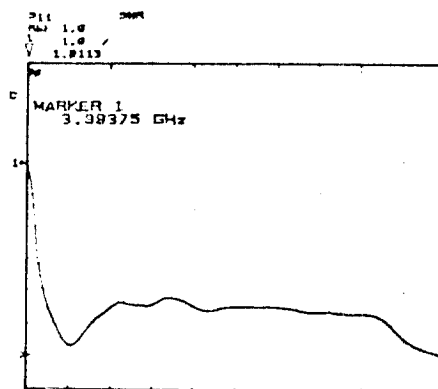
(a) Cavity 없을때



(b) Cavity 높이 4cm



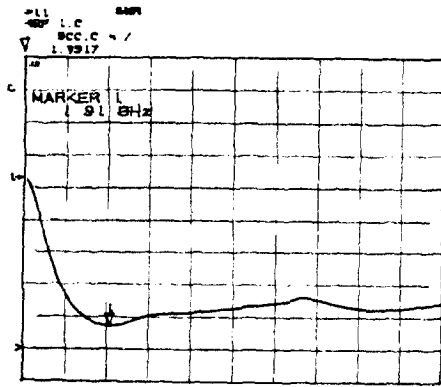
(c) Cavity 높이 3.4 cm



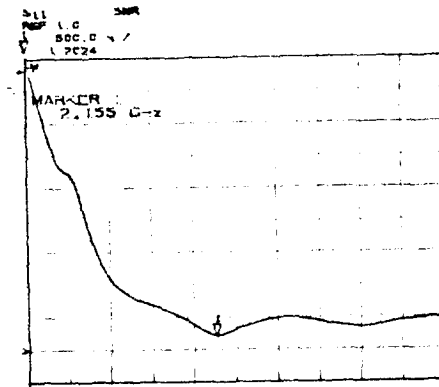
(d) Cavity 높이 3 cm

START 1.50000000 GHz
STOP 4.00000000 GHz

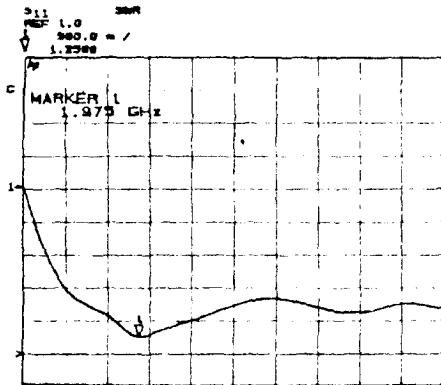
그림 3-2-22 Cavity 높이에 따른 SWR의 변화



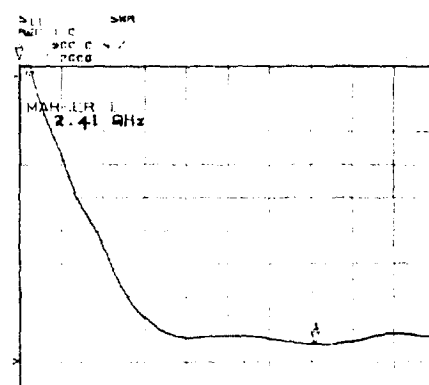
(a) 다이폴 길이 : 1.85 cm



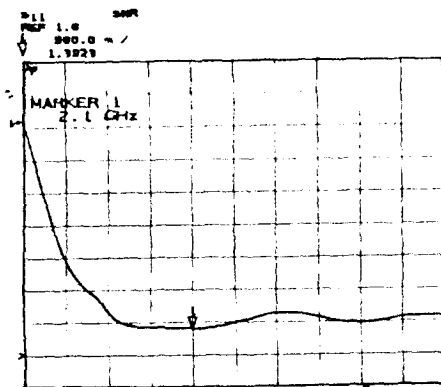
(d) 다이폴 길이 : 1.65 cm



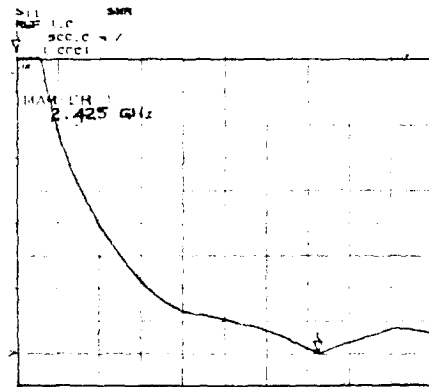
(b) 다이폴 길이 : 1.8 cm



(e) 다이폴 길이 : 1.6 cm



(c) 다이폴 길이 : 1.7 cm



(f) 다이폴 길이 : 1.55 cm

START 1.70000000 GHz
STOP 2.70000000 GHz

그림 3-2-23 cavity내의 다이폴 길이에 따른 SWR의 변화

의한 공진 주파수가 cavity에 의한 공진주파수와 일치되었을 때의 VSWR 특성을 나타내고 있으며, 공진 주파수에서 다른 것에 비해 VSWR 특성이 아주 좋은 것을 알 수 있다.

다. Feed의 설계

그림 (3-2-24)에 설계된 Feed의 전체 도면을 나타내었다. 추적용 안테나는 여러 실험결과 중에서 Band (2.1 ~ 2.3GHz)내에서 가장 적합한 특성을 가지는 크기로 안테나를 설계하였고 수신용 안테나는 cavity의 크기가 커질수록 VSWR의 특성이 좋아지나 복사 패턴의 폭이 좁아지므로 reflector에 spillover를 주기가 곤란하다. 또한 cavity의 크기가 작아지면 VSWR의 특성이 나빠진다.

따라서 복사패턴의 빔폭도 비교적 넓고 VSWR도 좋은 특성을 가지는 크기로 cavity를 제작하였다.

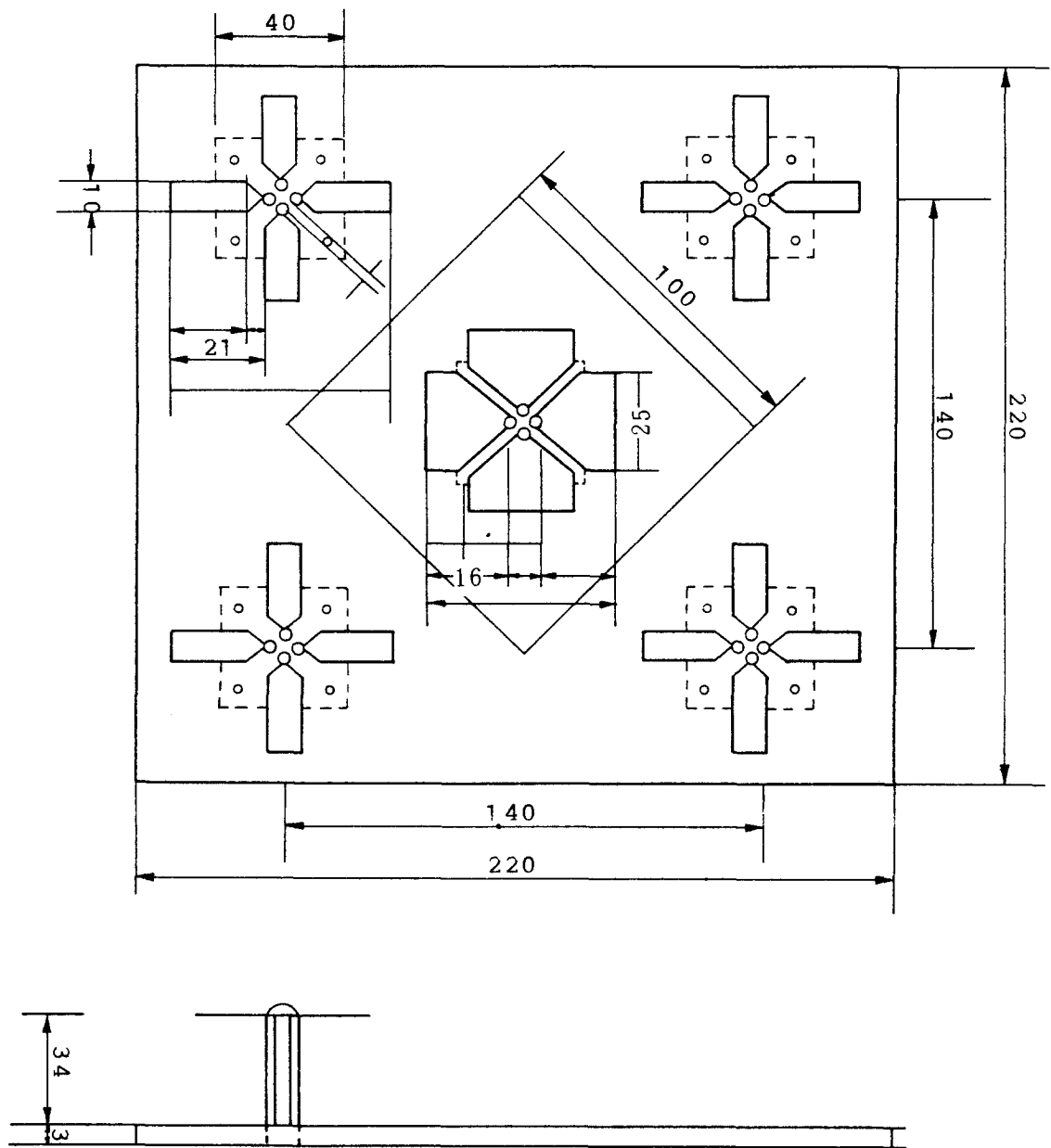


그림 3-2-24 제작한 Feed의 전체 도면

3. Hybrid 및 Monopulse Comparator의 특성

가. 90° Hybrid

(1) 동작원리

그림(3-2-25)에 90° Hybrid를 보였는데 특성 어드미턴스가 Y_0 및 $\sqrt{2}Y_0$ 인 $\frac{\lambda}{4}$ 전송선 4개로 이루어져 있다.

Port 1에 입력신호를 인가하면 Port 2에서의 출력은 $\frac{\lambda}{4}$ (즉 90°)만큼 지연되며, Port 3에서는 $\frac{\lambda}{2}$ (즉 180°)만큼 위상지연이 일어난다. 결국 Port 2와 Port 3의 출력신호는 90°만큼의 위상의 차이가 나게 된다. Port 4의 출력신호는 직접경로와 우회경로 사이에 위상이 180°차이가 나게 되어 출력이 나오지 않게 된다. 또한 90° 위상차를 갖는 두신호를 Port 3와 Port 2에 각각 인가하면 Port 4에서는 두신호가 더해져 나타나게 된다.

그러므로 90° Hybrid를 이용하여 원편파를 수신할 수 있게 된다.

(2) 특성 측정

Feed 제작에 사용된 Hybrid는 Ommi Spectra의 제품으로 특성을 측정한 결과 다음과 같다.

주파수 2.1 GHz에서 2.3 GHz까지 정확한 90°의 위상차가 생겼고 SWR도 1.2 이하로 impedance matching이 잘 되었음을 알 수 있다.

그러나 신호가 Port 4에서 Port 3로 갈때와 Port 2로 갈때의 손실이 같지 않으나 (Band내에서 0.7dB차) 4개의 추적 안테나에 똑같이 사용되므로 위성을 추적하는데는 큰 문제가 없을 것으로 예상된다.

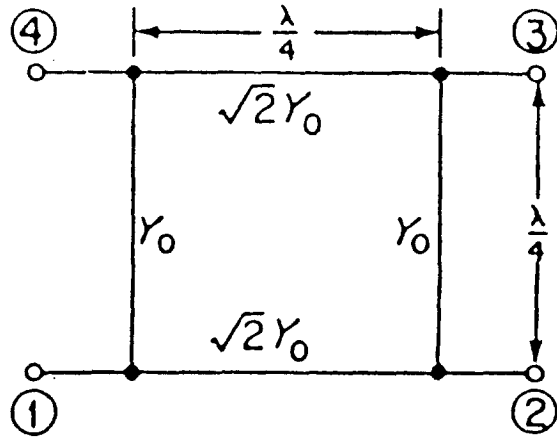


그림 3-2-25 90° Hybrid

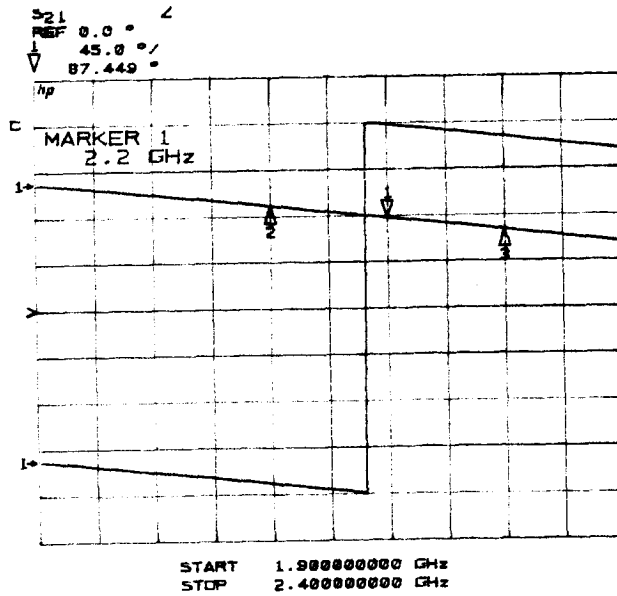


그림 3-2-26 90° Hybrid 특성

측정결과 는 그림 (3-2-26)에 나타나 있다.

나. Monopulse Comparator

(1) 동작원리

그림(3-2-27)에서와 같이 Monopulse Comparator 는 180° Hybrid 4 개로 구성되어 있다.

180° Hybrid 는 4 단자를 가졌으며 두개의 입력 Port 에 두개의 신호를 인가했을 경우 하나의 출력 단자는 두 신호의 합 (Sum) 이 다른 출력단자는 차 (difference) 가 나오도록 되어 있다.

4 개의 추적 안테나에서 수신된 신호가 Monopulse Comparator 에 인가되었을 경우 그림(3-2-27)에서 볼 수 있듯이 첫 번째 단의 180° Hybrid 에서는 각 입력의 합과 차 신호가 나타나며 이 신호가 두번째단의 180° Hybrid 에 들어가 결국 방위각, 양각의 차신호와 4 개의 신호를 합한 신호 (Sum) 가 나타나게 된다.

안테나가 정확히 목표물에 맞추어졌을 경우 방위각 양각의 차신호는 “ 0 ” 으로 되며 이때 합신호는 최대가 된다.

또한 안테나가 목표에서 벗어남에 따라 합신호는 감소하고 차신호는 증가하게 된다.

(2) 특성 측정

그림(3-2-28)는 Monopulse Comparator 의 Azimuth difference port 에서 측정한 data 이고 그림(3-2-29)는 Elevation difference port 에서 측정한 data 이다.

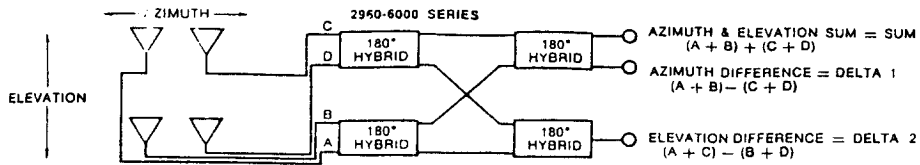


그림 3-2-27 Monopulse Comparator

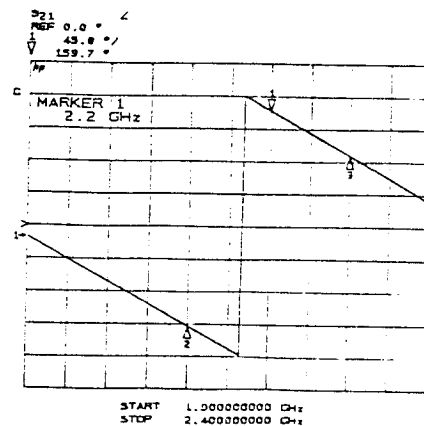
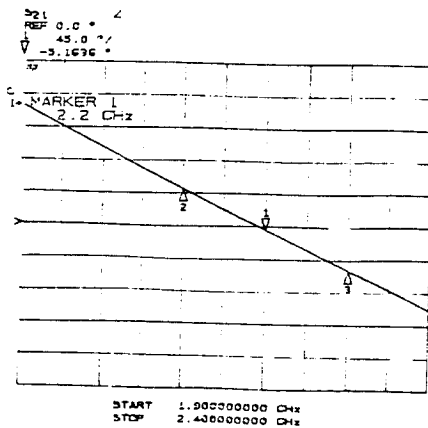
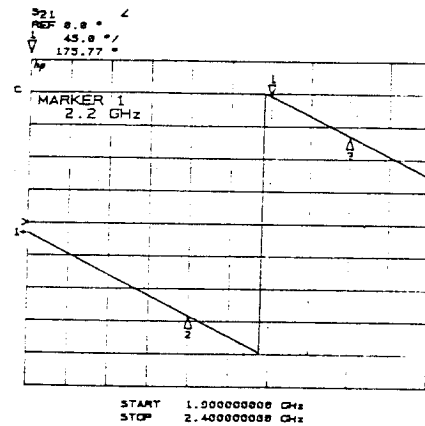
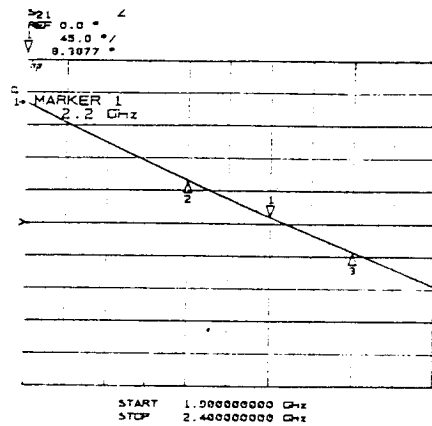


그림 3-2-28 Monopulse Comparator의 Azimuth Difference

Port에서 측정된 Data

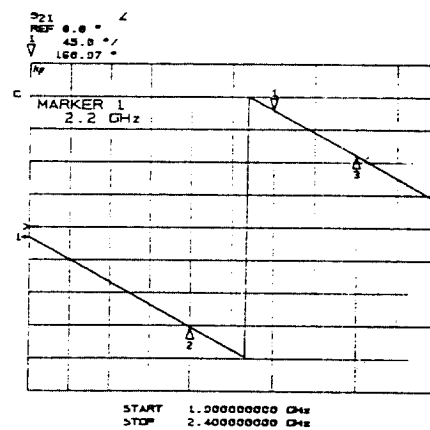
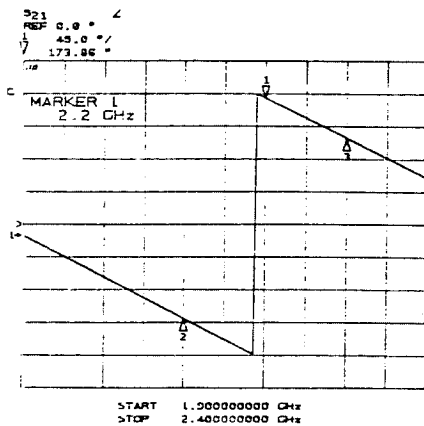
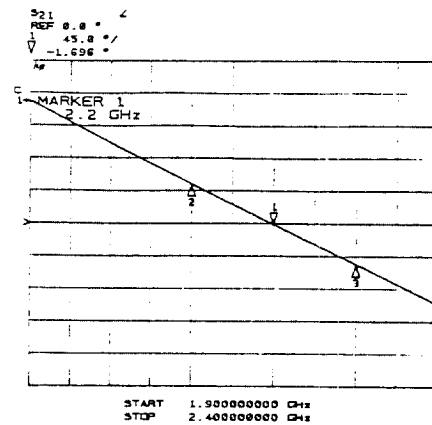
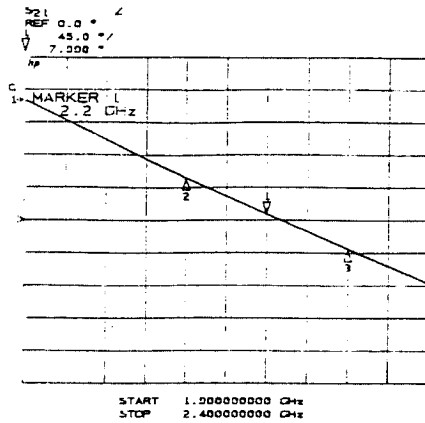


그림 3-2-29 Monopulse Comparator의 Elevation Difference
 Port에서 측정한 Data

loss 차는 1 dB 이내이고 phase 차는 1° 이내이다.
VSWR 도 1.3 이하로 양호하다.

4. 추적 안테나 및 수신 안테나의 특성

가. 차 패턴

그림 (3-2-32)은 추적용 안테나의 패턴이다. 이러한 패턴을 가진 4 개의 안테나는 Monopulse comparator로 들어가 차 패턴을 형성하게 된다. 차 패턴은 그림 (3-4-33), 그림 (3-4-34)에 나타나 있다.

$\theta = 0^\circ$ 에서 최소가 되고 $\theta = 28^\circ$ 에서 최대가 되어 이론치와 잘 일치하고 있다.

(1) Azimuth difference pattern

$\theta = 0^\circ$ 에서 -34.9 dB dip

$\theta = 28^\circ$ 에서 0 dB dip

(2) Elevation difference pattern

$\theta = 0^\circ$ 에서 -32 dB dip

$\theta = 28^\circ$ 에서 0 dB dip

$\theta = 0^\circ$ 에서 Dip이 -30 dB 이하로 떨어지므로 추적용 안테나의 Dip 조건을 만족한다.

나. 합 패턴

그림 (3-2-35)는 4 개의 추적용 안테나의 수신 신호를 합한 패턴이다. $\theta = 0^\circ$ 에서 최대이고 $\theta = 30^\circ$ 에서 최소 dip이 생기며

Tracking Antenna

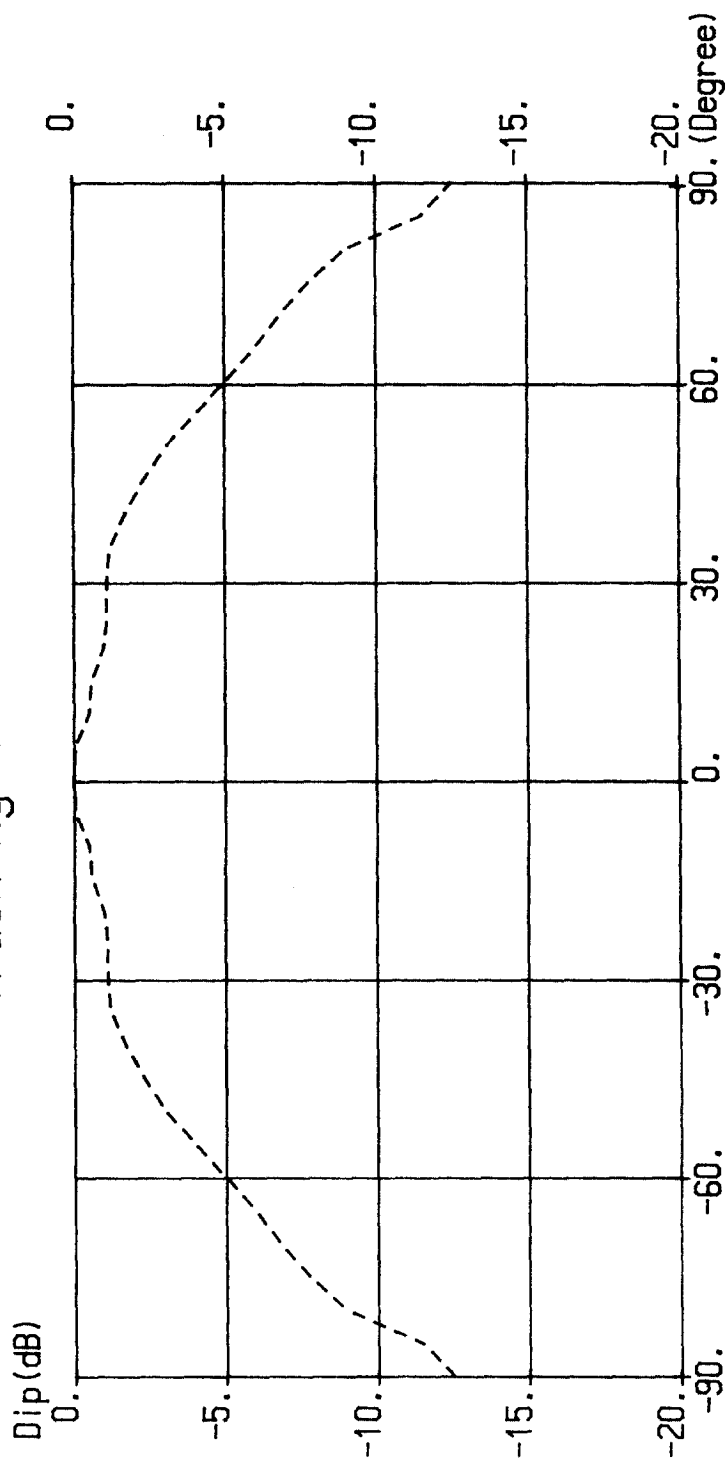


그림 3-2-32 추적용 안테나 pattern

Azimuth Difference Pattern

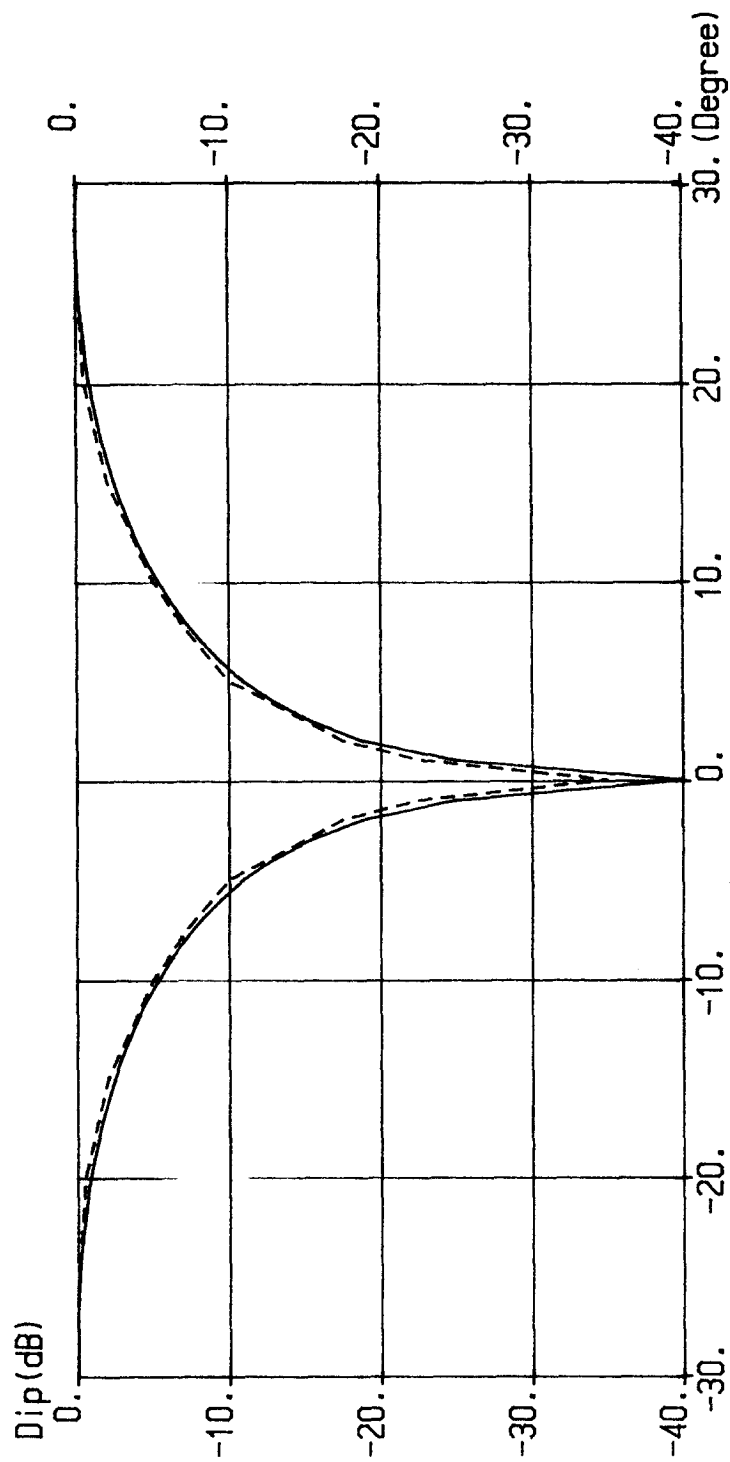


그림 3-2-33 Azimuth Difference Pattern

Elevation Difference Pattern

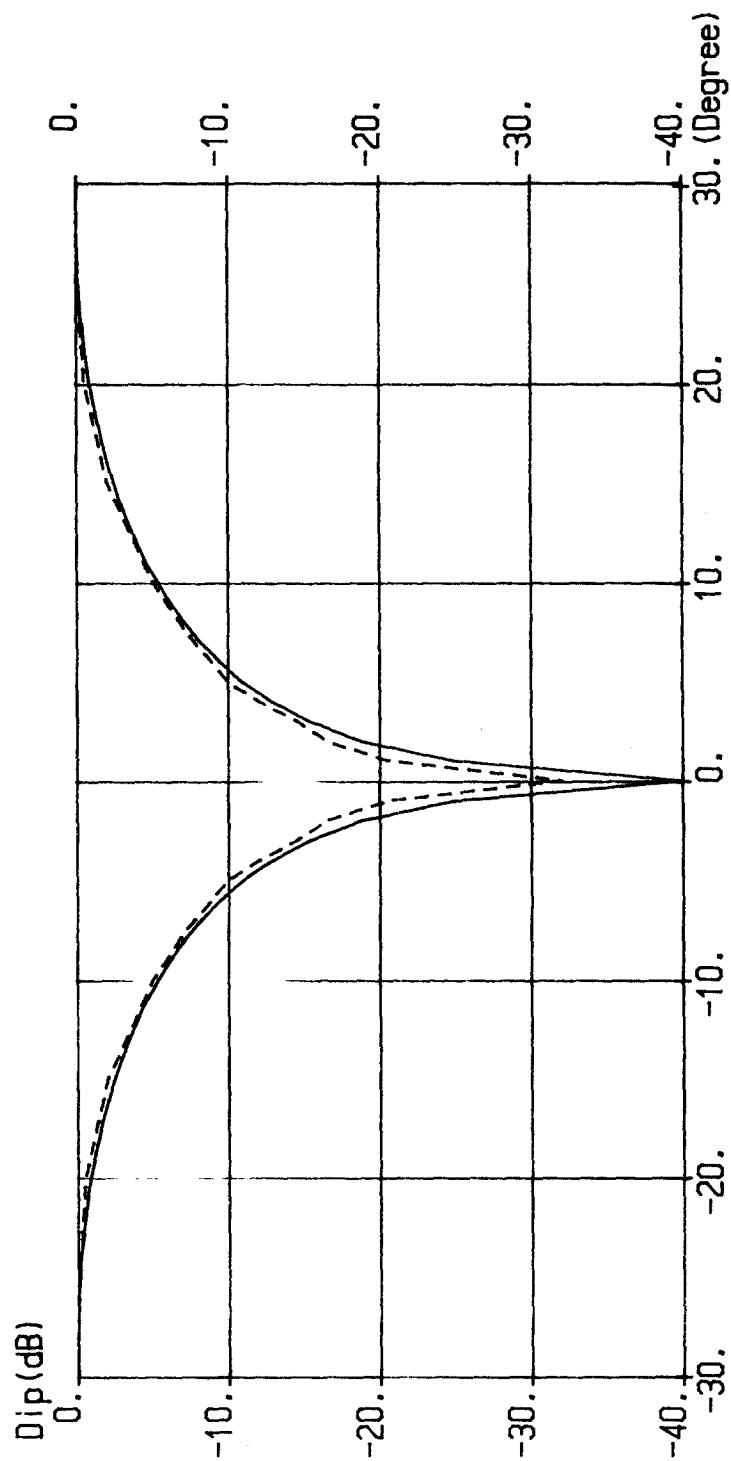


그림 3-2-34 Elevation Difference Pattern

Sum Pattern

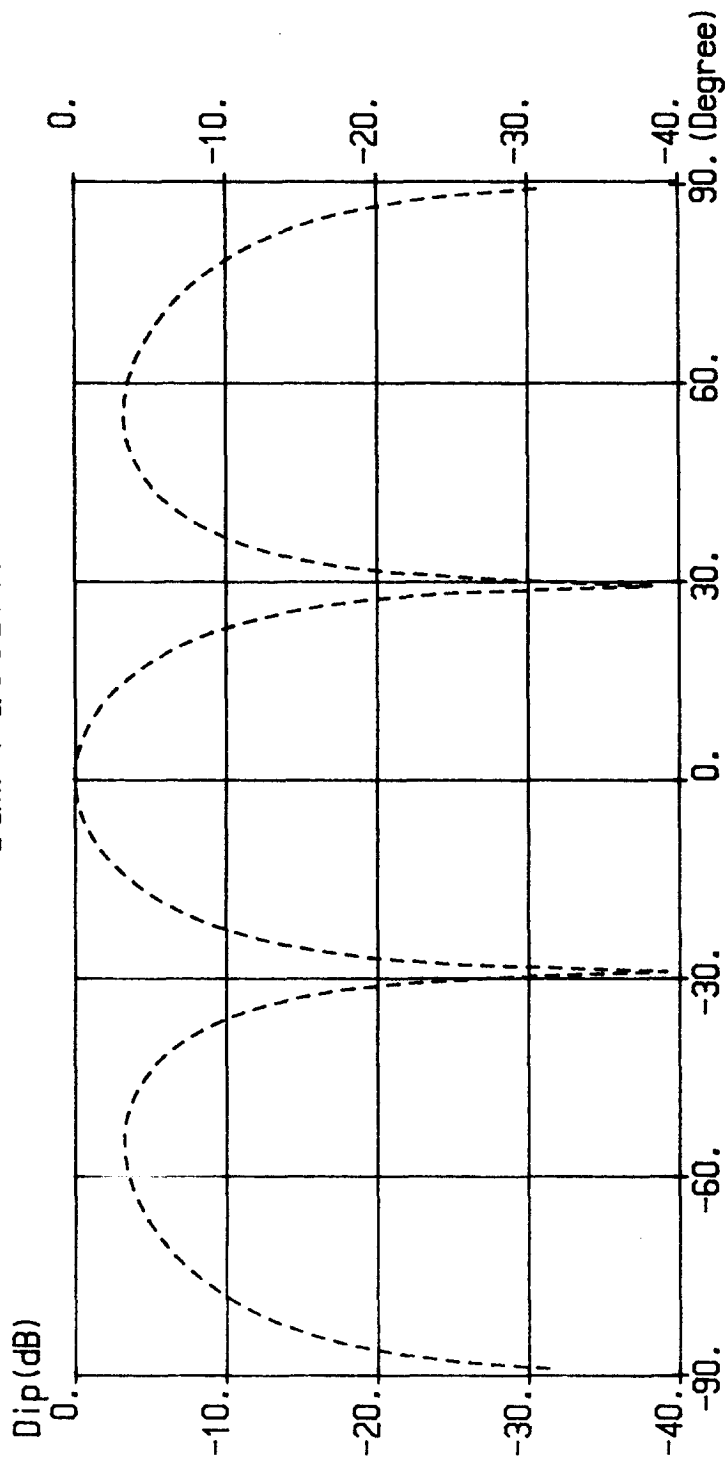


그림 3-2-35 Sum Pattern

빔폭 (Half Power beamwidth) 은 28° 이다.

다. Cavity-Backed 다이폴 안테나의 복사패턴

그림 (3-2-36)은 2.2GHz에서의 Cavity-Backed 다이폴 안테나를 측정한 것이다. 빔폭이 65° 정도로 비교적 넓은 복사패턴을 보이고 있다.

Sum Pattern을 볼때 Main-Lobe의 빔폭이 28° 로 좁고 Side-Lobe가 크므로 Sum Pattern은 신호 수신용으로 적합하지 않다.

그 이유는 Parabola 안테나 시스템의 경우, 고이득을 얻기 위해서는 Feed가 약간의 Spillover를 주어야 하는데 빔폭이 좁기 때문에 Spillover를 줄 수가 없기 때문이다.

Cavity-Backed 다이폴 안테나의 경우에는 Parabola 안테나의 reflector 끝에서 약 10 dB로 Spillover를 줄 수 있다.

제 3 절 저잡음 증폭기

1. LNA 특성의 해석

가. 산란 파라미터 (Scattering parameter)

초 고주파용 회로망을 설계 하거나 해석 하는데 있어서 ABCD 파라미터나 z, y, h 등의 파라미터를 사용하면 다음과 같은 문제점이 있다.

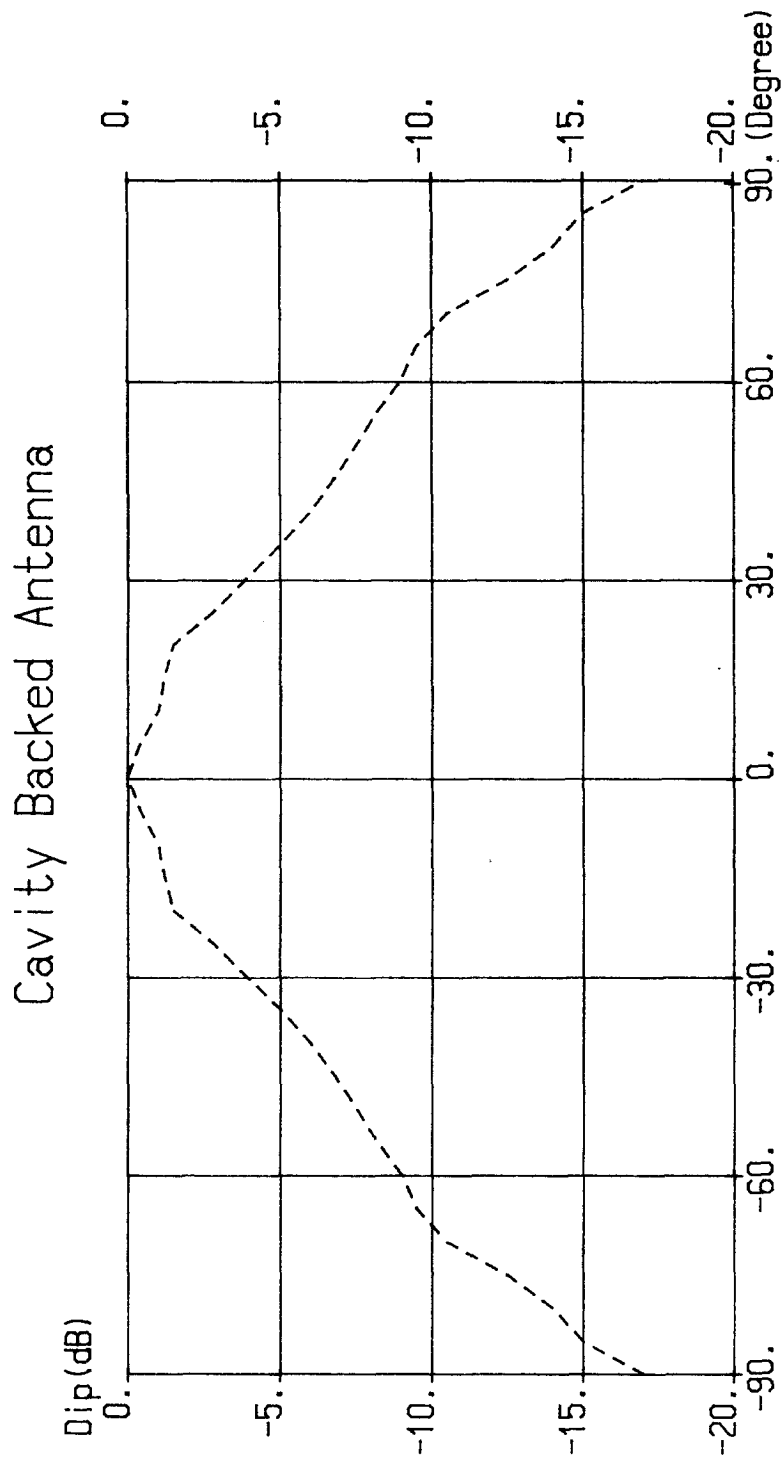


그림 3-2-36 Cavity Backed 다이폴 안테나의 복사 패턴

위에 열거한 파라미터들은 각 단자에서 전압, 전류들의 관계를 규정 짓는다. 초 고주파 대의 파장은 일반 소자들의 크기와 비슷하게 되어서므로 같은 시각에 동일 선로상의 각 점에서의 전압과 전류의 크기가 다르게 되어진다. 그래서 각 단자에서 그 크기를 일의적으로 정의 하기가 거의 불가능 해진다. 또한 초 고주파 대에서 완전한 단락과 개방을 실현 하는 것이 매우 어려우므로 초 고주파 대에서 전압과 전류를 측정 하는 방법이 무척 힘들어 진다. 이 와 같은 난제를 해소하기 위해 진행파(travelling wave)개념을 도입한 산란 파라미터 (Scattering parameter)를 널리 사용 하고 있다.

일반적으로 선로상에 이동하는 에너지파를 전송선로 방정식으로 풀어 보면 양쪽 방향으로 진행하는 진행파가 존재 함을 알수 있다. 여기서 이 에너지 파의 차원은 선로의 특성 임피던스에 대한 전력의 제곱근에 해당하는 값을 갖게 된다. 선로에서 회로망 방향으로 진행하는 에너지파를 입사파라 하고 반대 방향으로 진행하는 파를 반사파라고 할때, 산란 파라미터는 회로망에서 입사파와 반사파 사이의 관계를 규정 짓는다.

그림 3-3-1 과 같은 n 개의 단자를 갖는 회로망에서 i 번째 단자에서의 입사파를 a_i , 반사파를 b_i 라고 하면 산란 파라미터에 의한 입사파와 반사파의 관계는 식 (3-3-1) 과 같이 주어진다.

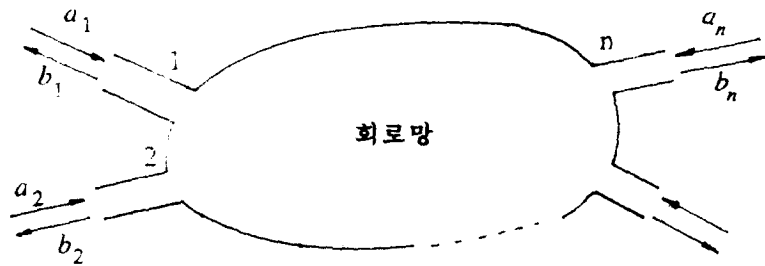


그림 3-3-1. 회로망에서의 입사파와 반사파

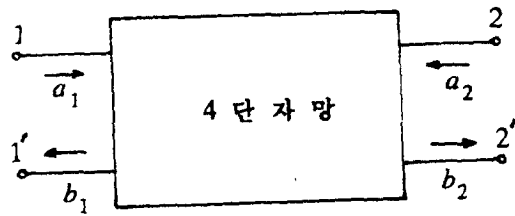


그림 3-3-2 4단자망 에서의 입사파와 반사파

$$B = SA \quad \dots\dots\dots (3-3-1)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$

여기서 행렬 S 를 산란 파라미터 행렬 (Scattering parameter matrix) 이라고 한다. 입사파와 반사파는 전력의 규준화 된 값이므로 무손실 동일선로 상에서는 일정한 값을 갖게 되어서 일의적으로 정의 할 수가 있다. 또한 선로의 특성 임피던스를 갖는 측정기기를 사용하면 측정이 용이하므로 초 고주파 대에서 회로망의 설계 및 해석에 산란 파라미터의 사용은 적합하다고 할수 있겠다.

산란 파라미터의 개념에 대한 이해를 돕기 위해 그림 3-3-2와 같은 4 단자망 (2-port network)를 고찰 하면 그 정의는 식 (3-3-2)로 주어지게 된다.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3-3-2)$$

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2 = 0} \quad S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1 = 0}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2 = 0} \quad S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1 = 0}$$

여기서 $a_1 = 0$ 이 되는 조건은 단자 1을 특성 임피던스로 종단 시키는 경우이고 $a_2 = 0$ 이 되는 조건은 단자 2를 특성 임피던스로 종단 할 경우이다. 식 (3-3-2)를 고찰 해 보면 S_{11} 은 단자 2를 특성 임피던스로 종단 할 경우 단자 1에서 본 반사계수와 같고 S_{21} 은 그 때에 단자 1에서 4 단자망을 통해 단자 2로 전달 되는 전달계수가 됨을 알 수 있다. S_{22} 와 S_{12} 는 이의 역의 경우로 생각할 수 있다.

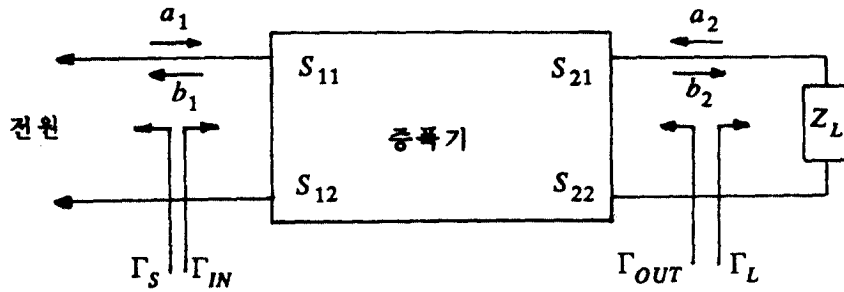
나. 신호 흐름도 (Signal flow graph)에 의한 증폭기의 해석

산란 파라미터를 사용하여 증폭기를 해석 할때, 신호 흐름도를 이용 하면 보다 쉽게 회로의 특성을 이해 할 수 있다. 그림 3-3-3과 같은 증폭기 회로에서 각 진행파에 대한 신호 흐름도를 그림 3-3-4와 같이 나타낼 수 있다. 이때 증폭기의 입력단에서 본 반사계수를 Γ_{IN} 이라고 하면 그림 3-3-5로 부터 구할수 있고 그 관계식은 Mason의 법칙으로 부터 식 (3-3-3)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}\Gamma_{IN} &= \frac{b_1}{a_1} \\ &= S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \dots\dots\dots (3-3-3)\end{aligned}$$

그림 3-3-5에서 Γ_s 를 고려하지 않은 이유는 증폭기의 입력단의 반사계수는 선로와 증폭기 사이에 주어지기 때문이다. 즉, Γ_s 는 전원과 선로 사이의 반사계수로서 전원에서 선로 쪽으로 진행하는 진행파에만 관계 된다.

같은 방법으로 그림 3-3-6을 이용 하면 증폭기의 출력단에



Z_L : 부하

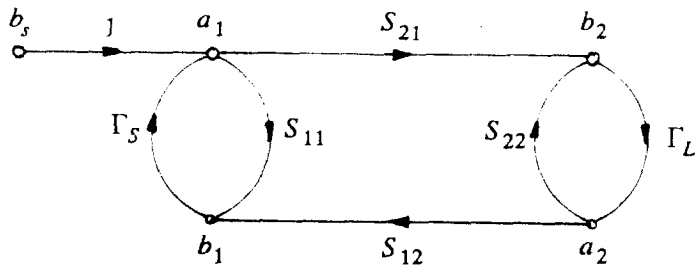
Γ_S : 증폭기에서 전원 쪽으로 본 반사계수

Γ_{IN} : 전원에서 증폭기 쪽으로 본 반사계수

Γ_L : 증폭기에서 부하 쪽으로 본 반사계수

Γ_{OUT} : 부하에서 증폭기 쪽으로 본 반사계수

그림 3-3-3 전원과 부하가 연결된 증폭기 회로



b_s : 전원에서 증폭기 쪽으로 진행하는 진행파

그림 3-3-4 그림 2-3의 신호 흐름도

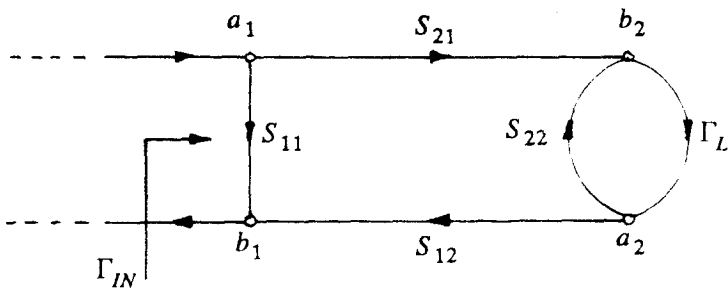


그림 3-3-5 입력단 반사계수를 구하기 위한 신호 흐름도

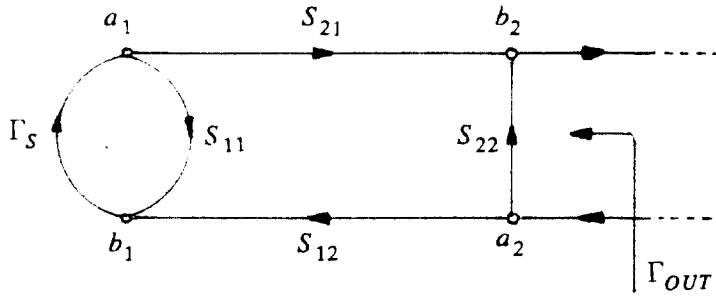
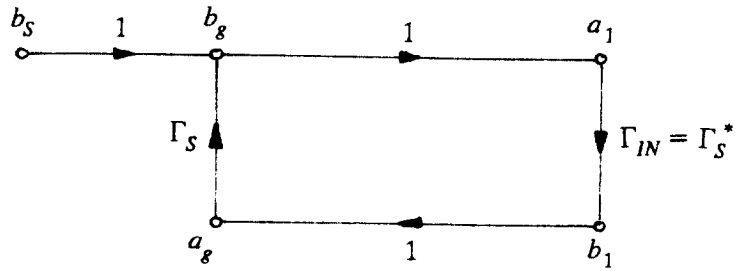


그림 3-3-6 출력단의 반사계수를 구하기 위한 신호 흐름도



$b_g, a_g : P_{AVS}$ 를 구하기 위한 중간 파라미터

그림 3-3-7 공액 정합된 전원과 증폭기의 신호 흐름도

서 본 반사계수를 구할 수 있고 그 관계식은 식 (3-3-4)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}\Gamma_{OUT} &= \frac{b_2}{a_2} \\ &= S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1-S_{11}\Gamma_s} \dots\dots\dots (3-3-4)\end{aligned}$$

신호 흐름도를 사용하면 증폭기의 이득을 구하는 데에도 편리하게 사용할 수가 있다. 다음에 신호 흐름도를 사용하여 증폭기의 변환 전력이득 (Transducer power gain), G_T , 을 구하는 예를 들었다. 증폭기의 변환 전력이득은 부하에 공급되는 전력과 전원으로 부터 얻을 수 있는 가용 전력 (available power)의 비로 주어진다. 부하에 공급되는 전력을 P_L 이라고 하였을 때 그 크기는 식 (3-3-5)로 주어진다.

$$P_L = |b_2|^2 - |a_2|^2 = |b_2|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) \dots\dots\dots (3-3-5)$$

전원으로 부터 얻을 수 있는 가용 전력은 증폭기의 입력단과 전원이 공액 정합 (conjugate matching)이 되었을 경우 부하에 전달되는 전력이다. 이 전력을 P_{AVS} 라 하고 P_{AVS} 를 구하기 위해, 공액 정합이 된 증폭기의 입력단과 전원의 신호 흐름도를 그림 3-3-7에 나타 내었다. 그림 3-3-7에서 P_{AVS} 를 구하면

$$P_{AVS} = |b_g|^2 - |a_g|^2 = |b_g|^2 (1 - |\Gamma_s|^2) \dots\dots\dots (3-3-6)$$

로 주어지고, 식 (3-3-6)과

$$b_g = \frac{b_s}{1 - |\Gamma_s|^2} \dots\dots\dots (3-3-7)$$

의 관계로 부터 P_{AVS} 는 식 (3-3-8) 로 주어진다.

$$P_{AVS} = \frac{|b_s|^2}{1 - |\Gamma_s|^2} \dots\dots\dots (3-3-8)$$

식 (3-3-5) 와 식 (3-3-8) 로 부터 변환 전력이득, G_T , 은 식 (3-3-9) 와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} G_T &= \frac{P_L}{P_{AVS}} \\ &= \frac{|b_2|}{|b_s|} (1 - |\Gamma_L|^2) (1 - |\Gamma_s|^2) \dots\dots\dots (3-3-9) \end{aligned}$$

그림 3-3-4 에서 Mason 의 법칙을 사용하여 b_2/b_s 를 구한 후, 식(3-3-3) 과 식(3-3-4) 의 관계를 이용하여 정리 하면,

$$\begin{aligned} \frac{b_s}{b_2} &= \frac{S_{21}}{1 - (S_{11}\Gamma_s + S_{22}\Gamma_L + S_{21}S_{12}\Gamma_s\Gamma_L) + S_{11}S_{22}\Gamma_s\Gamma_L} \\ &= \frac{S_{21}}{(1 - \Gamma_{IN}\Gamma_s)(1 - S_{22}\Gamma_L)} \end{aligned}$$

또는

$$= \frac{S_{21}}{(1 - S_{11}\Gamma_s)(1 - \Gamma_{OUT}\Gamma_L)} \dots\dots\dots (3-3-10)$$

로 주어지고 식 (3-3-9) 와 식 (3-3-10) 으로부터, G_T , 를 구하면 식 (3-3-11) 을 얻을 수 있다.

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_{IN}\Gamma_s|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

또는

$$= \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_s|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{OUT}\Gamma_L|^2} \dots\dots\dots (3-3-11)$$

이 상으로 신호 흐름도를 이용한 증폭기의 입, 출력단 반사계수 및 변환 전력이득을 구하는 예를 보였다. 이 외에도 신호 흐름도를 사용하면 도시적으로 증폭기의 각종 특성을 쉽게 구할 수가 있다.

다. 안정도 (Stability) 의 고려

안정도에 대한 일반적인 정의에 의하면, 한정된 입력 (bounded input) 이 주어졌을 때 한정된 출력 (bounded output) 이 나올 경우 그 체제는 안정하다고 한다. 전기 회로의 입장에서 안정하다고 하는 것은 회로망의 각 단자에서 본 구동점 임피던스 (driving point impedance) 가 부저항 성분 (negative resistance) 을 포함 하지 않을 때 그 회로망은 안정하다고 한다. 만약 부저항 성분을 갖는 단자가 있으면 그 단자에 전압을 인가할 경우, 전류는 회로망 자체 특성에 의해 전압을 상승시키는 작용을 하고 상승된 전압에 의해 전류가 증가하는 악 순환을 계속하여 회로망을 파손 시키든지 또는 발진을 할 가능성이 있다. 물론 발진기와 같은 특수한 경우에는 이러한 부저항 특성을 이용할 경우가 있지만, 증폭기에서 안정하기 위한 필수 조건은 입, 출력 단자에서 본 임피던스가 부저항 성분을 갖지 않아야 한다는 것이다. 증폭기의 입, 출력 단자에서 본 임피던스와 반사계수 사이에는 식 (3-3-12) 및 식 (3-3-13) 의 관계가 있고 대개의 경우 선로 특성임피던스, Z_0 , 는 순수한 정저항 성분 (positive resistance) 이므로

$$\Gamma_{IN} = \frac{Z_{IN} - Z_o}{Z_{IN} + Z_o} \dots\dots\dots (3-3-12)$$

$$\Gamma_{OUT} = \frac{Z_{OUT} - Z_o}{Z_{OUT} + Z_o} \dots\dots\dots (3-3-13)$$

Z_{IN}, Z_{OUT} : 증폭기의 입, 출력단에서 본 임피던스

증폭기가 안정하기 위한 조건은

$$|\Gamma_{IN}| < 1, \quad |\Gamma_{OUT}| < 1 \dots\dots\dots (3-3-14)$$

으로 주어진다. 그리고 그림 3-3-8에서 살펴보면 같은 원리에 의해

$$|\Gamma_s| < 1, \quad |\Gamma_L| < 1 \dots\dots\dots (3-3-15)$$

의 조건도 갖추어 져야 한다. 식 (3-3-3) 과 식 (3-3-4) 에 나타난 것 처럼 Γ_{IN} 과 Γ_{OUT} 은 각기 Γ_s 와 Γ_L 의 종속 변수로 주어진다. 여기서 증폭기의 안정도에 따라 크게 두 가지로 나누어 대별 할 수 있다. 일반적으로 전원의 내부 임피던스 Z_s 와 부하 임피던스 Z_L 은 부 저항 성분을 포함 하지 않으므로 수동 부하 (passive load) 와 부 저항 성분을 포함하지 않는 전원 임피던스에 대해 $|\Gamma_{IN}|$ 과 $|\Gamma_{OUT}|$ 이 무조건 1 보다 작을 경우와, 수동 부하와 부 저항 성분이 없는 전원 임피던스 일 지라도 특수한 부하나 전원 임피던스에 대해서만이 $|\Gamma_{IN}|$ 과 $|\Gamma_{OUT}|$ 이 1 보다 작은 경우가 있다. 전자의 경우 무조건 안정하다 (Unconditionally stable) 고 하며 후자의 경우 잠재적으로 불안정하다 (Potentially unstable) 고 말한다. 주어진 주파수에서 안정하기 위한 조건을 식으로 표시하면 식 (3-3-16)에서 식 (3-3-19) 까지의 관계식으로 표시 할 수 있다.

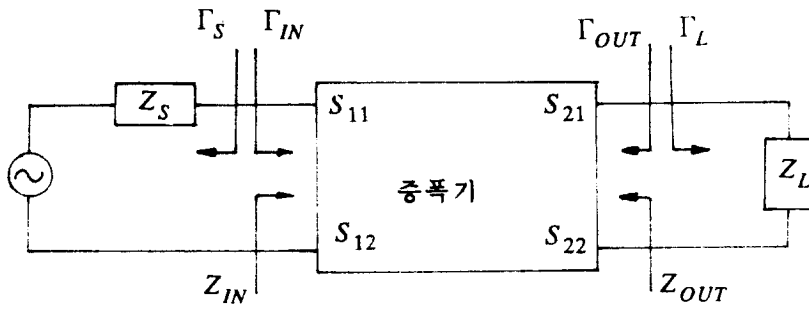


그림 3-3-8 증폭기 회로의 반사계수

$$|\Gamma_s| < 1 \dots\dots\dots (3-3-16)$$

$$|\Gamma_L| < 1 \dots\dots\dots (3-3-17)$$

$$|\Gamma_{IN}| = |S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}| < 1 \dots\dots\dots (3-3-18)$$

$$|\Gamma_{OUT}| = |S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s}| < 1 \dots\dots\dots (3-3-19)$$

Γ_s 와 Γ_L 의 평면에서 식 (3-3-16) 을 만족하는 Γ_s 와 Γ_L 에 대해 식 (3-3-18) 및 식 (3-3-19) 를 만족하면 무조건 안정한 경우가 된다. 바꾸어 말하면 Γ_s 와 Γ_L 평면 위에 그려진 smith chart 의 단위원 내부의 모든 점이 식 (3-3-18) 및 식 (3-3-19) 를 만족하면 무조건 안정한 경우이고 그렇지 않은 경우가 잠재적으로 불안정한 상태가 된다. 잠재적으로 불안정한 경우의 안정영역 범위를 구하기 위해 경계가 되는 값인 $|\Gamma_{IN}| = 1$ 및 $|\Gamma_{OUT}| = 1$ 으로 한후 식 (3-3-3) 과 식 (3-3-4) 를 사용하여 각기 Γ_s 및 Γ_L 의 값을 구한다. 복잡하고 지리한 계산을 거치면 $|\Gamma_{IN}| = 1$ 이 되는 Γ_L 과, $|\Gamma_{OUT}| = 1$ 이 되는 Γ_s 는 식 (3-3-20) 및 식 (3-3-21) 에 보인 것처럼 원을 표시하는 식이 됨을 알수 있다.[6]

$$|\Gamma_L - \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2}| = |\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}| \dots\dots\dots (3-3-20)$$

$$|\Gamma_s - \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}| = |\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2}| \dots\dots\dots (3-3-21)$$

여기서 Δ 는 4 단자 회로망 산란 파라메터 행렬의 행렬식 (determinant) 으로써 $S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ 을 나타내는 기호이고 * 표시는 공액 복소수를 나타낸다. 식 (3-3-20) 과 식 (3-3-21) 에 의

한 원을 안정도 원 (stability circle) 이라고 하며 Γ_L 평면에서 그 중심점을 C_L , 반경을 r_L 이라고 하고 Γ_S 에 대해서는 C_S 및 r_S 라고 하면 각기의 값은 식 (3-3-22) 에서 식 (3-3-25) 까지 주어진다.

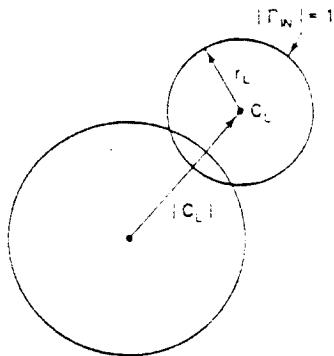
$$C_L = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \dots\dots\dots (3-3-22)$$

$$r_L = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| \dots\dots\dots (3-3-23)$$

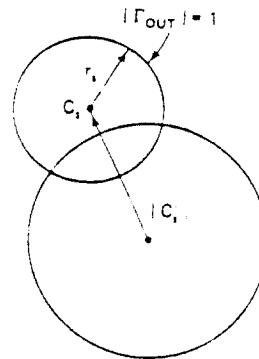
$$C_S = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \dots\dots\dots (3-3-24)$$

$$r_S = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| \dots\dots\dots (3-3-25)$$

식 (3-3-20) 과 식 (3-3-21) 은 안정 영역과 불안정 영역의 경계를 나타내는 식이므로 안정도 원의 바깥 영역이 안정한지 또는 안쪽영역이 안정한지를 확인할 필요가 있다. 이 것은 Γ_S 또는 Γ_L 평면상의 점중 판별이 쉬운 곳을 확인하여 이 점이 원의 안쪽에 있는지 바깥쪽에 있는지를 조사하면 쉽게 판별 할 수가 있다. 예를 들어 $\Gamma_S = 0$ 인 점에 대해서 $|\Gamma_{IN}|$ 의 값인, $|S_{11}|$ 이 1 보다 큰 값을 갖는지를 확인한후 이 점이 안정도 원의 안쪽에 있는지 또는 바깥쪽에 있는지를 조사하면 원의 어느쪽 영역이 안정한 지를 알수 있다. 그림 3-3-9 에 Γ_L 과 Γ_S 평면에서 안정도 원을 그린 예를 보였다. 그리고 그림 3-3-10 과 그림 3-3-11 에 안정도 원의 외부 쪽이 안정한 경우와 내부 쪽이 안정한 경우의 예를 보였다. 그림 3-3-12 에 보였듯이 Γ_L 평면에서 식 (3-3-27) 과 (3-3-27) 의 조건을 만족하면 식 (3-3-17) 과 식 (3-3-18) 을 만



(a) Γ_L 평면



(b) Γ_S 평면

그림 3-3-9 smith chart 상에서의 안정도 원

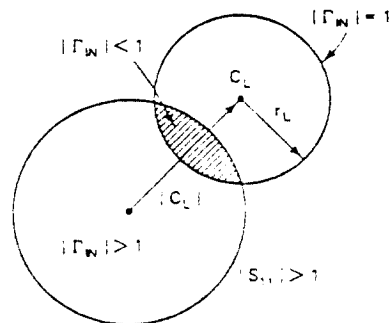
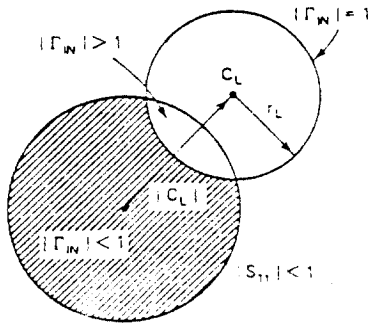


그림 3-3-10 Γ_L 평면에서 안정한 영역과 불안정한 영역

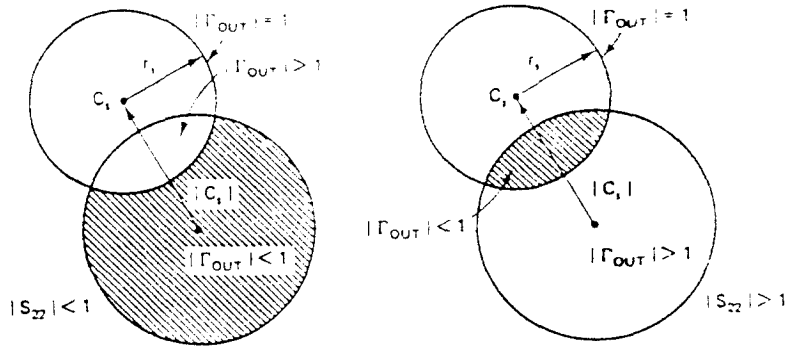


그림 3-3-11 Γ_S 평면에서 안정한 영역과 불안정한 영역

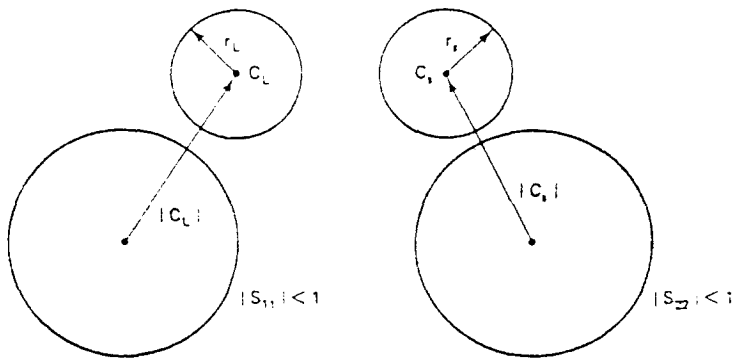


그림 3-3-12 무조건 안정하기 위한 조건

족하는 것과 같은 경우가 되므로 무조건 안정한 경우가 된다.

$$|C_L| - r_L > 1 \quad \dots\dots\dots (3-3-26)$$

$$|S_{11}| < 1 \quad \dots\dots\dots (3-3-27)$$

같은 원리로 Γ_s 평면에 대해서도 식 (3-3-28) 과 식 (3-3-29) 를 만족하면 무조건 안정한 경우가 되어진다.

$$|C_s| - r_s > 1 \quad \dots\dots\dots (3-3-28)$$

$$|S_{22}| < 1 \quad \dots\dots\dots (3-3-29)$$

여기서 식 (3-3-22) 및 식 (3-3-23)을 식 (3-3-26) 관계에 대입 해 보면 식 (3-3-30) 과 식 (3-3-31) 의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2 |S_{12} S_{21}|} > 1 \quad \dots\dots\dots (3-3-30)$$

$$1 - |S_{11}|^2 > |S_{12} S_{21}| \quad \dots\dots\dots (3-3-31)$$

식 (3-3-30) 과 식 (3-3-31) 은 Γ_L 평면에서 무조건 안정한 경우이고 Γ_s 평면에서도 같은 방법을 적용하면 식 (3-3-30)과 식 (3-3-32) 의 관계식을 얻을 수 있다.

$$1 - |S_{22}|^2 > |S_{12} S_{21}| \quad \dots\dots\dots (3-3-32)$$

Γ_L 에 대한 관계식인 식 (3-3-22) 와 식 (3-3-23), 식 (3-3-27) 에서 S_{11} 을 S_{22} 로 바꾸면 Γ_s 에 관한 관계식과 같으므로 위의 결과는 충분히 예상할 수 있다. 여기서 안정도 계수(stability

factor), k , 를 식 (3-3-33) 과 같이 정의 하면

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2 |S_{12} S_{21}|} \dots\dots\dots (3-3-33)$$

안정도를 판별 하는데 편리하게 사용할 수가 있다. 식 (3-3-31) 과 식 (3-3-32) 를 동시에 만족하는 조건을 구하기 위해 식 (3-3-31) 과 식 (3-3-32) 를 합하면서 식 (3-3-34) 를 얻을 수 있다.

$$1 - \frac{1}{2} |S_{11}|^2 - \frac{1}{2} |S_{22}|^2 < |S_{12} S_{21}| \dots\dots\dots (3-3-34)$$

식 (3-3-34) 와 $\Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$ 으로 부터

$$\begin{aligned} |\Delta| &< |S_{11}| |S_{22}| - \frac{1}{2} |S_{11}|^2 - \frac{1}{2} |S_{22}|^2 + 1 \\ &= 1 - \frac{1}{2} (|S_{11}| - |S_{22}|)^2 < 1 \dots\dots\dots (3-3-36) \end{aligned}$$

의 관계식을 얻을 수 있다. 다시 말해서 식 (3-3-33) 에 의해 구한 k 가 1 보다 크고 $|\Delta|$ 가 1 보다 작으면 Γ_L 및 Γ_S 에 대해 무조건 안정한 상태가 되고 그렇지 않으면 잠재적으로 불안정한 상태가 된다. 증폭기를 설계할 경우 먼저 k 와 $|\Delta|$ 를 계산한 후 안정도를 판별 하여서 적당한 Γ_L 과 Γ_S 를 선택 하여야 한다.

라. 저잡음 증폭기의 잡음지수

초 고주파 대의 증폭기에서는 입력 신호가 없더라도 출력 전압이 측정될 수 있다. 이것을 잡음 전력이라고 한다. 총 잡음 전력은 증폭된 입력 잡음 전력에 증폭기 자체에 의한 잡음 전력을

합한 양이 되고, 증폭기에 의한 잡음은 크게 온도에 의한 잡음 (Johnson noise) 과 Shottky 잡음 (Shot noise) 으로 나눌 수 있다. 잡음 저항 R_N 에 의한 잡음 전압은 일정한 주파수 내에서 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$V_N = (4kTBR_N)^{0.5} \dots\dots\dots (3-3-37)$$

여기서 k 는 Boltzmann 상수로 $1.374 \times 10^{-23} \text{J}/^\circ\text{K}$ 이며 T 는 잡음 온도 $[^\circ\text{K}]$, B 는 잡음 대역폭 $(= f_H - f_L)$ 이다. R_N 으로 부터의 가용 전력 (Available power) 의 최대치는

$$P_N = \frac{V_N^2}{4R_N} = kTB \dots\dots\dots (3-3-38)$$

의 식으로 주어진다.

전류에 관계되는 shottky 잡음 전류, I_N , 은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$I_N = (2qI_{dc}B)^{0.5} \dots\dots\dots (3-3-39)$$

여기서 I_{dc} 는 잡음 원 (noise source) 에 흐르는 직류 전류이며 q 는 $1.602 \times 10^{-19} [\text{C}]$ 을 나타낸다. 잡음지수는 4 단자 망의 잡음 성능을 정량적으로 표시 할 수 있는 것으로 잡음지수를 F 라고 할때 식 (3-3-40) 과 같이 정의 된다.

$$F = \frac{\text{출력에서 이용 가능한 총출력 잡음 전력}}{\text{이용 가능한 총출력 잡음 중 입력 잡음에 의한 전력}} \dots\dots\dots (3-3-40)$$

식 (3-3-40) 에서 보다시피 잡음지수는 출력단에 연결된 부하와는 아무런 관련이 없다. 그리고 4 단자 망 자체에서 발생하는 잡

음 전력이 일정 할때 입력으로 들어오는 잡음 전력이 크면 클수록 잡음지수는 작아지게 된다. 다른 방향에서 생각하면 잡음지수가 낮으면 낮을수록 자체에서 발생하는 잡음 전력이 적다는 것을 뜻하므로 작은 잡음지수를 갖는 회로망일수록 잡음 성능이 좋다는 것을 의미 한다. 잡음지수는 로그 함수로 환산하여 열배를 한 데시벨 [dB] 단위를 사용 하기도 한다. 잡음이 발생 하지 않는 회로망의 잡음지수는 1 (0[dB])이며 저항을 제외한 대개의 수동 소자는 거의 1에 가까운 잡음지수를 갖는다. 앞에서 언급 되었던 것 처럼 잡음지수는 출력단에 연결된 부하와는 무관하고 입력단 전원의 임피던스 와의 관계에 따라 결정 되므로 4 단자망에서의 잡음지수는 식 (3-3-41) 과 같이 표현 될수 있다.

$$F = F_{\min} + \frac{r_n}{g_s} |Y_s - Y_o|^2 \dots\dots\dots (3-3-41)$$

여기서 $F_{\min}$ 은 4 단자망에서 얻을 수 있는 최소 잡음지수를 표시하며 Y_s 는 입력에 연결된 전원 측의 내부 임피던스를 선로 특성 임피던스로 정규화 시킨 값이다. g_s 는 Y_s 중의 실수 부분을 표시하고 Y_o 는 $F_{\min}$ 을 얻었을 때의 전원 측의 내부 임피던스이며, r_n 은 Y_s 변화에 따라 잡음지수가 변화하는 정도를 결정 짓는 4 단자망 자체의 고유 파라메터로서 잡음 저항이라고 한다. 식 (3-3-41) 을 살펴보면 Y_s 에 따라 잡음지수가 변화 하므로 일정한 잡음지수를 갖는 Y_s 들을 구할 수 있다. 즉 증폭기 입력단에서 전원 쪽으로 본 임피던스를 원하는 잡음지수에 따라 결정할 수 있다. Y_s 및 Y_o 는 정규화 된 어드미턴스들 이므로 반사계수를 사용하여 표시하면

$$Y_s = \frac{1 - \Gamma_s}{1 + \Gamma_s} \dots\dots\dots (3-3-42)$$

$$Y_o = \frac{1 - \Gamma_o}{1 + \Gamma_o} \dots\dots\dots (3-3-43)$$

로 되어지고 식 (3-3-42) 식 (3-3-43) 으로 부터

$$|Y_s - Y_o|^2 = \frac{4 |\Gamma_s - \Gamma_o|^2}{|1 + \Gamma_s| |1 + \Gamma_o|} \dots\dots\dots (3-3-44)$$

$$g_s = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 + \Gamma_s|^2} \dots\dots\dots (3-3-45)$$

의 관계식을 얻을 수 있다. 식 (3-3-44) 와 식 (3-3-45) 를 식 (3-3-41) 에 대입하여 정리하면

$$F = F_{\min} + \frac{4 r_n |\Gamma_s - \Gamma_o|^2}{(1 - |\Gamma_s|^2) |1 + \Gamma_o|^2} \dots\dots\dots (3-3-46)$$

이 된다. 여기서 $F_{\min}$ 과 r_n 및 Γ_o 는 회로망에 따라 정해지는 고유 상수이고 Γ_s 는 회로망에서 전원쪽으로 본 반사계수 이므로 Γ_s 평면에서 일정한 잡음지수 F_i 를 갖는 Γ_s 의 점 들을 구할 수가 있다. 계산의 편의를 위해 Γ_s 를 제외한 다른 상수를 모아 식 (3-3-47) 과 같이 N_i 라고 정의하여

$$N_i \equiv \frac{(F_i - F_{\min})}{4 r_n} |1 + \Gamma_o|^2 \dots\dots\dots (3-3-47)$$

식 (3-3-46) 에 대입하면

$$N_i = \frac{|\Gamma_s - \Gamma_o|^2}{1 - |\Gamma_s|^2} \dots\dots\dots (3-3-48)$$

를 얻을 수 있다. 식 (3-3-48) 을 정리하면 식 (3-3-49) 와 같은 원의 방정식을 얻을 수 있다.

$$|\Gamma_s - \frac{r_o}{1+N_i}| = \frac{1}{1+N_i} (N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_o|^2))^{0.5}$$

이 것은 Γ_s 평면에서 일정한 잡음지수를 갖는 점들이 원으로 나타남을 알수 있으며 이 원을 잡음지수 원 (noise circle) 이 라고 한다. 잡음지수 원의 중심점들을 C_{Fi} , 반경을 r_{Fi} 라고 할 때 각기 식 (3-3-50) 과 식 (3-3-51) 로 주어진다.

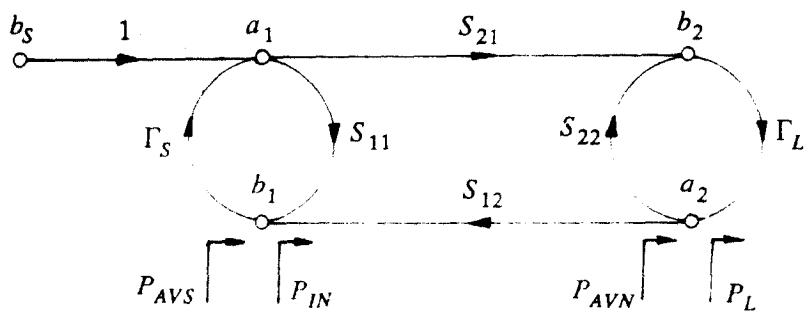
$$C_{Fi} = \frac{r_o}{1+N_i} \dots\dots\dots (3-3-50)$$

$$r_{Fi} = \frac{1}{1+N_i} (N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_o|^2))^{0.5} \dots\dots\dots (3-3-51)$$

잡음지수가 제일 작을 경우는 $\Gamma_s = \Gamma_o$ 인 한점으로 주어지며 잡음지수가 큰 원일 수록 반경이 점차 큰원으로 되어 진다. 증폭기의 설계시 안정도 원 외에도 잡음지수 원은 중요한 파라미터로 동작하며 최소 잡음지수의 점은 이득이 최대가 되는 점과는 일반적으로 다르다. 이득에 대한 논의는 다음 절에서 언급 하기로 한다.

마. 이득 특성

증폭기를 설계할 때 중요한 특성 중의 하나가 이득이다. 초고주파대 증폭기는 입, 출력 단의 정합의 정도에 따라서도 이득의 크기가 달라진다. 문헌을 찾아보면 몇 가지 전력이득을 볼 수가 있으며 초 고주파대 증폭기의 설계에 많이 사용되고 있다. 그림 3-3-13에 초 고주파대 증폭기의 신호 흐름도를 보이고 이득을 표시하는 식에 사용되는 몇 가지 전력을 표시 하였다.



$$\begin{aligned} P_{AVS} &= P_{IN} \bigg|_{\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*} \\ P_{AVN} &= P_L \bigg|_{\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^*} \end{aligned}$$

그림 3-3-13 몇 가지 전력의 정의

변환 전력이득 (Transducer power gain), G_T

$$G_T \equiv \frac{P_L}{P_{AVS}} \equiv \frac{\text{부하에 공급되는 전력}}{\text{전원으로 부터 이용 가능한 전력}} \dots\dots\dots (3-3-25)$$

동작 전력이득 (Operating power gain), G_P

$$G_P \equiv \frac{P_L}{P_{IN}} \equiv \frac{\text{부하에 공급되는 전력}}{\text{회로망 입력단으로 들어온 전력}} \dots\dots\dots (3-3-53)$$

가용 전력이득 (Available power gain), G_A

$$G_A \equiv \frac{P_{AVN}}{P_{AVS}} \equiv \frac{\text{회로망 출력단에서 이용 가능한 전력}}{\text{전원으로 부터 이용 가능한 전력}} \dots\dots\dots (3-3-54)$$

일반적인 회로망에서 말하는 전력이득은 변환 전력이득을 뜻한다. 정의에서 보듯이 동작 전력이득과 가용 전력이득은 변환 전력이득의 특수한 형태로써 입, 출력단 중 어느 한쪽이 공액 정합이 되었을 때 사용하면 변환 전력이득의 공식보다 간편하게 사용할 수 있다. 변환 전력이득은 이미 앞서 구한 것으로 식 (3-3-11)로 주어진다. 공액 정합의 경우를 고려해서 G_P 와 G_A 는 식 (3-3-55)와 식 (3-3-56)으로 주어진다.

$$G_P = \frac{1}{1 - |\Gamma_{IN}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \dots\dots\dots (3-3-55)$$

$$G_A = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_{OUT}|^2} \dots\dots\dots (3-3-56)$$

증폭기 회로에서 산란 파라미터의 값이 일정할 경우 가장 이득이 크게 되는 것은 $\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*$ 와 $\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^*$ 의 조건을 동시에 만족하는 동시 공액 정합 (Simultaneous conjugate matching)이 되었을 때이다. 동시 공액 정합의 조건을 식 (3-3-3)과 식 (3-3-4)에 대입하면

$$\Gamma_s^* = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \dots\dots\dots (3-3-57)$$

$$\Gamma_L^* = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} \dots\dots\dots (3-3-58)$$

을 얻을 수 있고 식 (3-3-57) 과 식 (3-3-58) 을 연립하여 풀면
 동시 공액 정합시의 Γ_s 와 Γ_L 을 구할 수 있다. 그 때의 Γ_s 와
 Γ_L 을 Γ_{MS} 및 Γ_{ML} 을 Γ_{MS} 및 Γ_{ML} 이 라고 하면 식 (3-3-59) 와 식
 (3-3-60) 으로 주어진다.

$$\Gamma_{MS} = \frac{B_1 \pm (B_1^2 - 4 |C_1|^2)^{0.5}}{2C_1} \dots\dots\dots (3-3-59)$$

$$\Gamma_{ML} = \frac{B_2 \pm (B_2^2 - 4 |C_2|^2)^{0.5}}{2C_2} \dots\dots\dots (3-3-60)$$

여기서 B_1 , B_2 , C_1 및 C_2 는 다음 식으로 주어진다.

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 \dots\dots\dots (3-3-60)$$

$$B_2 = 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 \dots\dots\dots (3-3-61)$$

$$C_1 = S_{11} - \Delta S_{22}^* \dots\dots\dots (3-3-62)$$

$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^* \dots\dots\dots (3-3-63)$$

일반적으로 잠재적으로 불안정한 증폭기는 불안정한 영역에서
 이득이 크므로 이득이 제일 큰 동시 공액 정합의 경우는 실현 될
 수 없다. 무조건 안정한 증폭기의 경우는 $|\Gamma_{MS}| < 1$ 및 $|\Gamma_{ML}|$
 < 1 의 조건과 $k > 1$ 및 $|\Delta| < 1$ 의 조건을 만족 해야 한다.

식 (3-3-31) 과 식 (3-3-32) 를 사용하고

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}|^2$$

$$> 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |S_{12} S_{21}|^2 - |S_{11} S_{22}|^2$$

$$= (1 + |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2) - |S_{12}S_{21}|^2 \quad \dots\dots\dots (3-3-65)$$

$$\begin{aligned} B_2 &= 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}|^2 \\ &> 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{11}S_{22}|^2 - |S_{12}S_{21}|^2 \\ &= (1 - |S_{11}|^2)(1 + |S_{22}|^2) - |S_{11}S_{22}|^2 \quad \dots\dots\dots (3-3-66) \end{aligned}$$

의 관계를 이용하면 무조건 안정한 경우에는

$$B_1 > 0 \quad \dots\dots\dots (3-3-67)$$

$$B_2 > 0 \quad \dots\dots\dots (3-3-68)$$

이 됨을 알 수 있다. 식 (3-3-67) 과 식 (3-3-68) 을 만족하고 $|\Gamma_{MS}| < 1$ 과 $|\Gamma_{ML}| < 1$ 의 조건을 만족 하기 위해서는 무조건 안정한 경우의 Γ_{MS} 와 Γ_{ML} 은 식 (3-3-59) 와 식 (3-3-60) 중 빼기 부호의 항만이 해답이 됨을 알 수 있다. 이때의 이득을 구하기 위해 식 (3-3-11) 에 Γ_{MS} 와 Γ_{ML} 의 식을 대입하면 그때의 이득 G_{Tmax} 는

$$G_{Tmax} = \frac{(1 - |\Gamma_{MS}|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_{ML}|^2)}{|(1 - S_{11}\Gamma_{MS}) - S_{12}S_{21}\Gamma_{ML}\Gamma_{MS}|^2} \quad \dots\dots\dots (3-3-69)$$

식 (3-3-69) 에 식 (3-3-59) 및 식 (3-3-60) 중 빼기 부호 항의 값을 대입한 후 식 (3-3-33) 을 이용하여 정리하면

$$G_{Tmax} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} (k - (k^2 - 1)^{0.5}) \quad \dots\dots\dots (3-3-70)$$

을 얻을 수 있다. G_{Tmax} 는 증폭기에서 얻을 수 있는 최대 이득이다. G_{Tmax} 가 큰 증폭기일 수록 성능이 좋은 증폭기에 속한다. 안정한 영역에서 동작하며 G_{Tmax} 가 제일 큰 경우는 동시 공액 정

합이 될 때 $k = 1$ 이 되는 증폭기로서 그때의 이득을 G_{MSG} 라고 하면

$$G_{MSG} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \dots\dots\dots (3-3-71)$$

로 주어지고 이것은 저항 성분을 증폭기 내부에 적절히 삽입 하거나 궤환을 시켜 얻을 수 있다. 그러나 잠재적으로 불안정한 증폭기는 동시 공액 정합을 시킬 수 없으므로 G_{Tmax} 나 G_{MSG} 를 얻을 수 없다. 최대 이득을 필요로 하지 않고 적당한 이득을 얻고자 할 때는 동시 공액 정합을 시키지 않고 Γ_s 나 Γ_L 을 적당히 선택 하여야 한다. 하지만 Γ_s 와 Γ_L 은 식 (3-3-3) 과 식 (3-3-4) 에 의해 Γ_{IN} 과 Γ_{OUT} 에 영향을 미치게 된다. 식 (3-3-11) 을 살펴보면 동시에 두개의 값이 변화하므로 그 적절한 값을 찾기가 쉽지 않다. 널리 쓰이는 방법 중의 하나를 소개하면 다음과 같다. 먼저 식 (3-3-11) 의 부분을 나누어 생각하면

$$G_T = G_s G_o G_L \dots\dots\dots (3-3-72)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 G_s , G_o 및 G_L 은 다음과 같이 주어진다.

$$G_s = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_{IN} \Gamma_s|^2} \dots\dots\dots (3-3-73)$$

$$G_o = |S_{21}|^2$$

$$G_L = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \dots\dots\dots (3-3-74)$$

식 (3-3-74) 는 Γ_s 를 포함하지 않으므로 우선 적당한 값의 G_L 을 잡으면 그 때 해당 Γ_L 을 정할 수가 있다. 식 (3-3-74)로

부터 일정한 G_{Li} 를 갖는 Γ_L 의 점들을 구하기 위해 식을 변형하면 Γ_L 평면에서 식 (3-3-75) 와 같은 원의 방정식을 얻을 수 있다.

$$|\Gamma_L - \frac{g_{Li} S_{22}^*}{1 - |S_{22}|^2 (1 - g_{Li})}| = \frac{(1 - g_{Li})^{0.5} (1 - |S_{22}|^2)}{1 - |S_{22}|^2 (1 - g_{Li})} \dots\dots (3-3-75)$$

여기서 g_{Li} 는 다음식으로 주어진 값을 의미 한다.

$$g_{Li} = G_{Li} (1 - |S_{22}|^2) \dots\dots\dots (3-3-76)$$

식 (3-3-75) 를 이용하여 적당한 값의 G_L 에 해당하는 Γ_L 을 선택 한 후 식 (3-3-3) 을 사용하여 Γ_{IN} 을 계산한다. 그 후 식 (3-3-11) 을 사용하여 필요한 G_s 에 대한 Γ_s 를 결정한다. 식 (3-3-74) 에서 Γ_s 대신 Γ_L 을, S_{22} 대신 Γ_{IN} 을 대입 하면 식 (3-3-73) 과 동일 하므로 주어진 Γ_{IN} 에서 일정한 G_{si} 를 갖는 Γ_s 의 점들을 구해보면 식 (3-3-75) 로 부터 쉽게 결정할 수 있다.

$$|\Gamma_s - \frac{g_{si} \Gamma_{IN}^*}{1 - |\Gamma_{IN}|^2 (1 - g_{si})}| = \frac{(1 - g_{si})^{0.5} (1 - |\Gamma_{IN}|^2)}{1 - |\Gamma_{IN}|^2 (1 - g_{si})} \dots\dots (3-3-77)$$

$$g_{si} = G_{si} (1 - |\Gamma_{IN}|^2) \dots\dots\dots (3-3-78)$$

이때 원하는 G_s 값에 해당하는 Γ_s 가 존재하지 않을 수도 있다. 이럴 경우 처음부터 다시 다른 G_L 을 선택하여 앞의 순서를 반복 해야 한다. 무조건 안정한 경우에는 원하는 G_s 와 G_L 에 해당하는 Γ_L 과 Γ_s 가, 각기 Γ_L 평면과 Γ_s 평면내에 그려진 smith chart 의 단위원 내부에 존재하면 되지만 잠재적으로 불안정한 경우는 안정도를 만족하는지를 조사해야 한다. 만약 Γ_L 과 Γ_s 의 둘 중 하나 이상이 불안정한 영역에 속할 경우는 다른 Γ_L 과 Γ_s 를 선택

하기 위하여 앞서의 절차를 다시 반복해야 할 것이다. 이것은 매우 귀찮고 시간이 걸리는 일이다. 보다 좀더 간편한 방법으로 식 (3-3-55)의 동작 전력이득 공식을 이용하는 방법과 식 (3-3-56)의 가용 전력이득 공식을 이용하는 방법이 있다. 동작 전력이득을 이용하는 방법은 증폭기의 입력단을 전원쪽에 대해 공액 정합을 시키고 출력단을 원하는 이득의 Γ_L 을 연결 하는 방법이다. 식 (3-3-55)에 식 (3-3-3)을 대입하여 조작하면 식 (3-3-79)를 얻을 수 있다.

$$g_P \equiv \frac{G_P}{|S_{21}|^2} = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2 - |S_{11} - \Delta\Gamma_L|^2}$$

$$= \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{1 - |S_{11}|^2 + |\Gamma_L|^2 (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) - 2R_e(\Gamma_L C_2)} \dots\dots\dots (3-3-79)$$

여기서 C_2 는 식 (3-3-79)로 주어진 것이고 $R_e(\Gamma_L C_2)$ 는 실수 부분을 표시한다. 식 (3-3-79)를 조작하면 일정 g_{Pi} 에 해당하는 Γ_L 의 점들을 구할 수가 있다. 복잡한 과정을 거쳐서 정리하면 Γ_L 평면에서 일정 g_{Pi} 에 해당하는 Γ_L 의 점들은 식 (3-3-80)과 같이 원의 방정식으로 주어진다.

$$|\Gamma_L - \frac{g_{Pi} C_2^*}{1 + g_{Pi} (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)}|$$

$$= \frac{(1 - 2k |S_{12} S_{21}| g_{Pi} + |S_{12} S_{21}|^2 g_{Pi}^2)^{0.5}}{|1 + g_{Pi} (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)|} \dots\dots\dots (3-3-80)$$

식 (3-3-80)으로 주어지는 원을 동작 전력이득 원 (Operating power gain circle)이라고 하며 중심점을 C_P , 반경을 r_P 라고 하면 각기 식 (3-3-81)과 식 (3-3-82)로 나타낼 수 있다.

$$C_p = \frac{g_{Pi} C_2^*}{1 + g_{Pi} (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} \dots\dots\dots (3-3-81)$$

$$r_p = \frac{(1 - 2k|S_{12}S_{21}|S_{Pi} + |S_{12}S_{21}|^2 g_{Pi}^2)^{0.5}}{|1 + g_{Pi} (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)|} \dots\dots\dots (3-3-82)$$

동작 전력이득 공식을 이용하여 Γ_L 과 Γ_s 를 결정하는 방법은 다음 절차를 따른다. 먼저 원하는 G_p 에 대해서 식 (3-3-81) 과 식 (3-3-82)를 이용하여 Γ_L 의 점들을 구한 다음 식 (3-3-3)을 이용하여 Γ_{IN} 을 계산한다. 그때의 Γ_{IN}^* 의 값을 Γ_s 로 결정하여 안정도를 만족하는 지를 살펴본다. 만약 식 (3-3-81) 과 식 (3-3-82)를 만족하는 Γ_L 의 모든 점들과 그때의 Γ_s 의 모든 점들에 대해서 안정영역에 속하는 경우가 없으면 증폭기의 안정 최대 이득이 원래 작은 것이므로 좀더 낮은 G_p 를 선택하여야 한다. 이 방법은 Γ_s 에 대한 이득 변화를 고려할 필요가 없으므로 앞서의 방법보다 간편하다. 동작 전력이득 공식을 이용하는 방법이 증폭기의 입력단을 공액 정합시키는 것에 비해 가용 전력이득 공식을 이용하는 방법은 증폭기의 출력 쪽을 공액 정합시키는 방법이다. 식 (3-3-56)에 식 (3-3-4)를 대입하여 조작하면 식 (3-3-83)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} g_a &= \frac{G_A}{|S_{21}|^2} = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_s|^2 - |S_{22} - \Delta\Gamma_s|^2} \\ &= \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{1 - |S_{22}|^2 + |\Gamma_s|^2 (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2) - 2\text{Re}(\Gamma_s C_1)} \\ &\dots\dots\dots (3-3-83) \end{aligned}$$

여기서 C_1 은 식 (3-3-65)로 주어진 것이다. 마찬가지로 일일정 g_{ai} 에 대해 Γ 평면에서 Γ_s 점들을 구해보면 식 (3-3-84)의 원의 방정식을 얻을수 있고 그 중심점 C_a 및 r_a 는 식(3-3-85) 및 식 (3-3-86)으로 주어진다.

$$|\Gamma_s - \frac{g_{ai} C_1^*}{1 + g_{ai} (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)}| = \frac{(1 - 2k |S_{12} S_{21}| g_{ai} + |S_{12} S_{21}|^2 g_{ai}^2)^{0.5}}{|1 + g_{ai} (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)|} \dots\dots\dots (3-3-84)$$

$$C_a = \frac{g_{ai} C_1^*}{|1 + g_{ai} (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)|} \dots\dots\dots (3-3-85)$$

$$r_a = \frac{(1 - 2k |S_{12} S_{21}| g_{ai} + |S_{12} S_{21}|^2 g_{ai}^2)^{0.5}}{|1 + g_{ai} (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)|} \dots\dots\dots (3-3-86)$$

식 (3-3-84)로 주어지는 원을 가용 전력이득 원 (Available power gain circle)이라고 하며 가용 전력이득 공식을 이용해서 Γ_L 과 Γ_s 를 결정하는 방법은 동작 전력이득 공식을 이용하는 방법과 유사하나 G_p 대신 G_A 를 이용한다든지 Γ_s 를 구한 다음 Γ_{cut} 을 계산하고 Γ_{out}^* 으로 부터 Γ_L 을 결정하는 등의 약간의 차이가 있을 뿐이다. 그리고 절차의 간편성에 있어서는 동작 전력이득 공식을 이용할 때와 거의 유사하다. 저잡음 증폭기를 제작할 경우 저잡음 특성을 위해서 입력단의 정합이 중요하다. 대부분의 경우 저잡음 특성을 위한 Γ_s 의 점이 공액정합의 점과 일치하지 않으므로 입력단을 저잡음 특성의 Γ_s 에 맞도록 하고 출력단을 공액정합시켜서 사용한다. 이때 이득의 특성은 가용 전력이득 공식을 이용하면 쉽게 구할 수가 있다. 본 논문에서는 증폭기의 첫 입력단은 가용 전력이득 공식을 사용하였고 두번째 단에서는 동작 전력이득 공식을 이용하였다.

바. Branch-Line Hybrid

이 절에서는 본 연구에서 사용한 Branch-Line Hybrid의 간략한 해석을 통하여 그 특성을 알아 보고자 한다. 그림 3-3-14에 Branch-Line Hybrid의 구조를 표시하였다. 그림 3-3-14에서 보듯이 Branch-Line Hybrid는 대칭의 구조를 가지므로 어느 한 단자에서 입사된 진행파에 대해서 각단자를 통해 Hybrid 밖으로 나가는 진행파의 특성을 알 수가 있다면 각 단자에서 반사파가 생기더라도 이것을 그 단자에서 입사된 입사파로 생각하여 중첩의 원리를 적용함으로써 제반 특성을 알 수 있다. 입력을 1번 단자로 하고 나머지 단자를 통해 나가는 진행파의 특성을 알기 위해 나머지 단자들을 선로 특성임피던스 Z_0 로 종단한 경우를 그림 3-3-15에 보였다. 그림 3-3-15에 주어진 전압원은 그림 3-3-16과 그림 3-3-17에 나타난 전원의 우수 여기(Even excitation)와 기수 여기(Odd excitation)의 경우를 중첩한 경우와 같으므로 그 특성 또한 각각의 경우로 나누어 고찰한 후 중첩의 원리를 이용해서 구할 수 있다.

그림 3-3-16과 그림 3-3-17의 회로는 각기 대칭을 이루므로 4개의 입·출력 단자를 2개의 입·출력 단자로 해석이 가능하다. 즉 대칭회로 중 한쪽 부분만 해석하여 전체에 적용할 수 있다. 한쪽 부분만의 회로를 그림 3-3-18과 그림 3-3-19에 나타내었다. V_{ie} , I_{ie} 를 전원의 우수여기를 했을때 i 번째 단자에 나타나는 전압, 전류라 하고 V_{io} , I_{io} 를 전원의 기수여기를 했을때 i 번째 단자의 전압, 전류라고 하면 그림 3-3-15와 같은 전원의 여기시에 i 번째 단자의 전압, 전류는 식 (3-3-87)과 같이 주어진다.

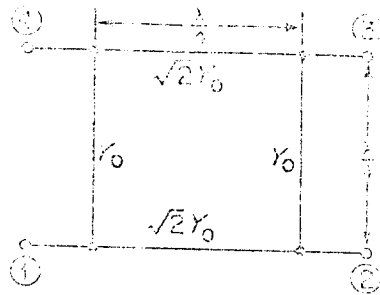


그림 3-3-14 Branch-line
Hybrid의 구조

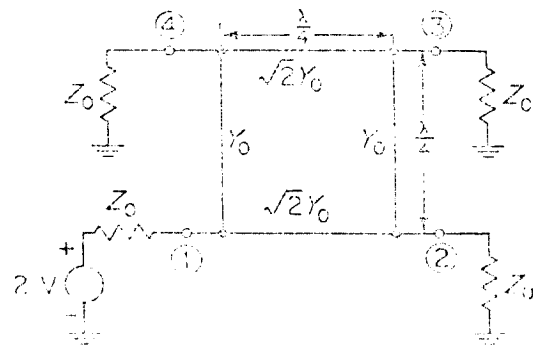


그림 3-3-15 Hybrid 특성
해석을 위한 회로

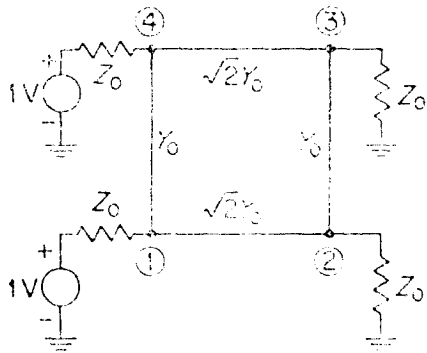


그림 3-3- 16 전원의 우수 여기

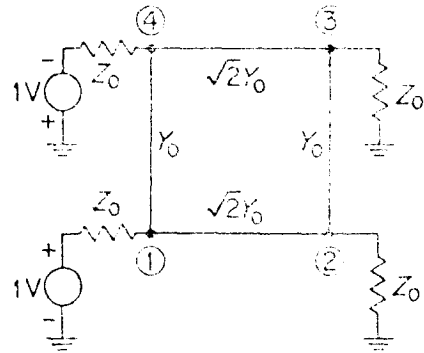


그림 3-3-17 전원의 기수 여기

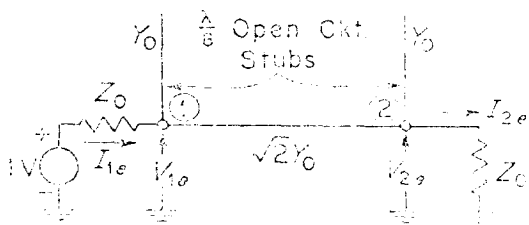


그림 3-3-18 수정된 전원의
우수 여기

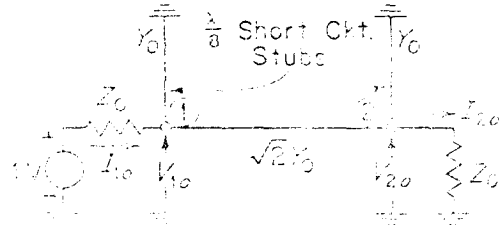


그림 3-3-19 수정된 전원의
기수 여기

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_{1e} + V_{1o} & I_1 &= I_{1e} + I_{1o} \\
V_2 &= V_{2e} + V_{2o} & I_2 &= I_{2e} + I_{2o} \\
V_3 &= V_{3e} + V_{3o} & I_3 &= I_{3e} + I_{3o} \\
V_4 &= V_{4e} + V_{4o} & I_4 &= I_{4e} + I_{4o}
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3-3-87)$$

그림 3-3-28 과 그림 3-3-29 에 주어진 회로의 특성을 고찰하기 위해 각회로를 구성하는 부분들에 대한 ABCD 파라미터를 식 (3-3-88)에 보였다.

특성 어드미턴스 Y_o 인 $\frac{\lambda}{8}$ 개방 stub 의 ABCD 파라미터

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_o \tan \frac{\pi}{4} t & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_o & t \end{bmatrix}$$

특성 어드미턴스 Y_o 인 $\frac{\lambda}{8}$ 단락 Stub 의 ABCD 파라미터

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -jY_o \cot \frac{\pi}{4} t & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -jY_o & t \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3-3-88)$$

특성 어드미턴스 $\sqrt{2}Y_o$ 인 $\frac{\lambda}{4}$ 전송 선로의 ABCD 파라미터

$$= \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & j \frac{Z_o}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{2} \\ j\sqrt{2}Y_o \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j \frac{Z_o}{\sqrt{2}} \\ j\sqrt{2}Y_o & 0 \end{bmatrix}$$

식 (3-3-88)을 이용하여 그림 3-3-18 과 그림 3-3-19 에 주어진 회로의 ABCD파라미터를 구하면 식 (3-3-89) 와 식 (3-3-90)으로 주어진다.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & j \frac{Z_o}{\sqrt{2}} \\ j \frac{Y_o}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3-3-89)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & j \frac{Z_o}{\sqrt{2}} \\ j \frac{Y_o}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3-3-90)$$

식 (3-3-89) 와 식 (3-3-90) 에 의한 전압, 전류 관계식은

$$V_{1e} = -\frac{1}{\sqrt{2}} V_{2e} + j \frac{Z_o}{\sqrt{2}} I_{2e} \dots\dots\dots (3-3-91)$$

$$I_{1e} = j \frac{Y_o}{\sqrt{2}} V_{2e} - \frac{1}{\sqrt{2}} I_{2e}$$

$$V_{1o} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{2o} + j \frac{Z_o}{\sqrt{2}} I_{2o} \dots\dots\dots (3-3-92)$$

$$I_{2o} = j \frac{Y_o}{\sqrt{2}} V_{2o} - \frac{1}{\sqrt{2}} I_{2o}$$

의 관계식을 얻을 수 있고 각 식에 $V_2 = I_2 Z_o$, $V_1 + I_1 Z_o = 1$ 인 조건을 대입하여 각 크기를 식 (3-3-93) 과 같이 주어진다.

$$V_{1e} = \frac{1}{2} \quad V_{1o} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (3-3-93)$$

$$I_{1e} = \frac{1}{2Z_o} \quad I_{1o} = \frac{1}{2Z_o}$$

$$V_{2e} = \frac{1}{\sqrt{2}(j-1)} \quad V_{2o} = \frac{1}{\sqrt{2}(j+1)}$$

$$I_{2e} = \frac{1}{\sqrt{2}Z_o(j-1)} \quad I_{2o} = \frac{1}{\sqrt{2}Z_o(j+1)}$$

식 (3-3-93)의 결과와 대칭의 조건 그리고 식 (3-3-87)을 사용하면 간단한 계산에 의해 식 (3-3-94)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V_1 &= 1 & I_1 &= \frac{1}{Z_0} \\
 V_2 &= -j \frac{1}{\sqrt{2}} & I_2 &= -j \frac{1}{\sqrt{2}Z_0} \\
 V_3 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} & I_3 &= -\frac{1}{\sqrt{2}Z_0} \\
 V_4 &= 0 & I_4 &= 0
 \end{aligned} \dots\dots\dots (3-3-94)$$

식 (3-3-94)를 살펴보면 1번 단자로 들어간 입사파는 2번 단자에서 크기는 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 만큼 감소되고 위상의 90° 만큼 지연된 진행파가 나오고 3번 단자에서는 2번 단자와 같은 크기의 진행파가 180° 만큼 위상이 지연되어 나옴을 알 수 있다. 그리고 4번 단자에서는 아무런 출력이 나오지 않는다. 이것은 1번 단자에 들어간 입사파가 2번 3번 단자에 동일한 크기로 나누어 지고 위상만 90° 차이가 나는 출력을 내는 것이다. 이것을 그림 3-3-20에 나타내었다. 그리고 Branch-line Hybrid의 특성을 산란행렬로 표시한 것을 식 (3-3-95)에 표시하였다.

$$[S]_{\text{Branch-line Hybrid}} = \begin{bmatrix} 0 & -j\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ -j\sqrt{2} & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & -j\sqrt{2} \\ 0 & -1/\sqrt{2} & -j\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3-3-95)$$

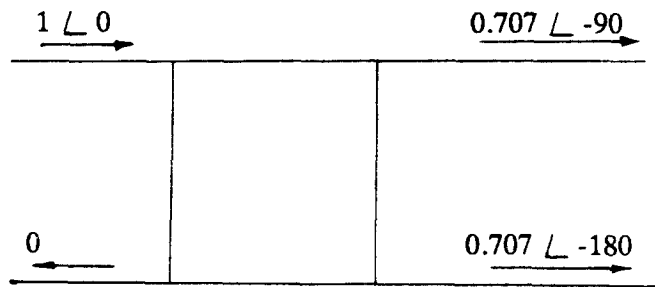
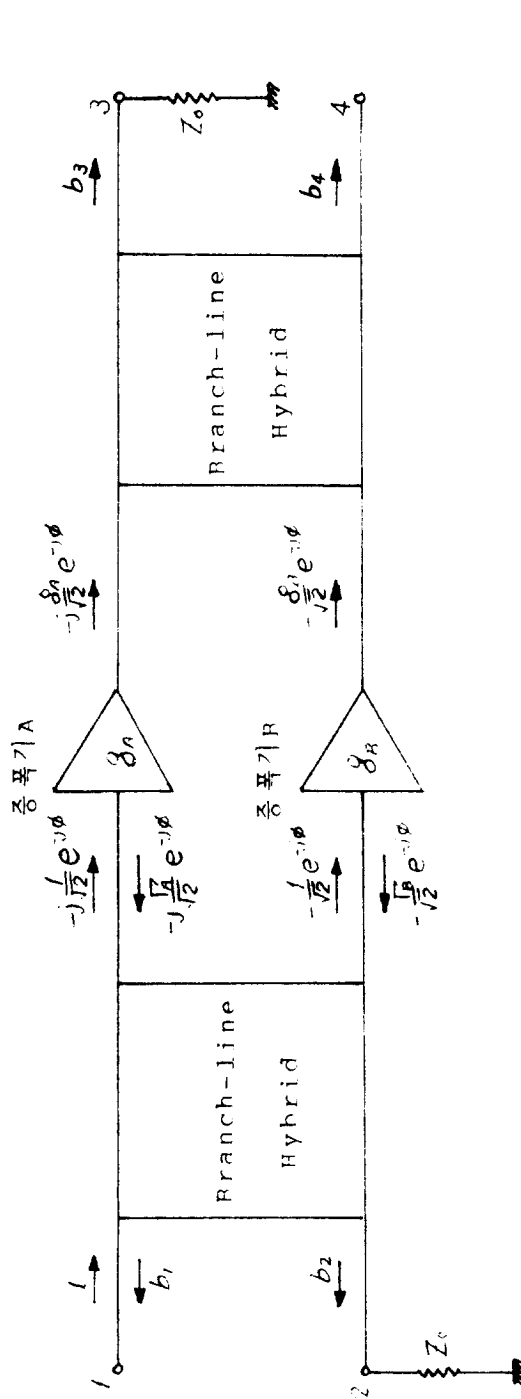


그림 3-3-20 Branch-line Hybrid의 특성

사. 평형 증폭기 (Balanced-type Amplifier)의 특성

앞에서 언급되었지만 증폭기를 설계할 때 동시에 공액 정합 (Simultaneous conjugate Matching)을 시키면 이득이 가장 크고 입·출력 단에서의 반사파가 없어진다. 그리고 외부 회로망과 연결시에는 외부에 거의 영향을 미치지 않는다. 그러므로 증폭기의 성능을 표시하는 파라미터 중에는 특성 임피던스와의 정합의 정도를 표시하는 VSWR(Voltage Standing Wave Ratio)을 많이 사용한다. 가장 정합이 잘되는 경우는 VSWR이 1인 경우로 이때는 반사파가 전혀없게 된다. 그리고 정합이 잘되지 않으면 않을수록 VSWR은 점점 더 커지게 된다. 일반적으로 저잡음 특성을 갖는 증폭기를 설계하거나 광대역 증폭기를 설계할 경우 또는 증폭기가 잠재적으로 불안정한 상태인 경우는 동시 공액 정합을 시키지 못하게 되어진다. 이 때는 입력단이나 출력단의 VSWR이 악화되어서 외부회로에 연결될시(예를들어 발진회로의 출력단 등) 외부회로에 영향을 주게된다. 그러므로 원하는 증폭기의 특성을 해치지 않고 VSWR을 개선시키는 방법이 요구된다. 이러한 방법중에는 케환 회로를 만들어서 개선시키는 방법, 저항성분을 정합 회로에 삽입시키는 방법, 평형 증폭기를 사용하는 방법등이 있다. 본 논문에서는 평형 증폭기를 사용하여 VSWR의 개선을 도모했다. 평형 증폭기에 사용되는 방향성 결합기는 Lange coupler가 많이 사용되나 Lange coupler는 그 제작이 무척 정밀성을 요구하고 힘들기 때문에 본 논문에서는 보다 제작이 간편하고 설계가 용이한 Branch-line Hybrid를 사용하여 평형 증폭기를 제작하였다. 그림 3-3-21에 Branch-line Hybrid를 사용한 평형 증폭기의 구조를 보였



$$b_1 = -\frac{\Gamma_A}{2} e^{-j2\alpha} + \frac{\Gamma_B}{2} e^{-j2\alpha} = \frac{1}{2} (\Gamma_B - \Gamma_A) e^{-j2\alpha} \quad b_3 = -\frac{\delta_A}{2} e^{-j2\alpha} + \frac{\delta_B}{2} e^{-j2\alpha} = \frac{1}{2} (\delta_B - \delta_A) e^{-j2\alpha}$$

$$b_2 = j\frac{\Gamma_B}{2} e^{-j2\alpha} + j\frac{\Gamma_A}{2} e^{-j2\alpha} = j\frac{1}{2} (\Gamma_B + \Gamma_A) e^{-j2\alpha} \quad b_4 = j\frac{\delta_B}{2} e^{-j2\alpha} + j\frac{\delta_A}{2} e^{-j2\alpha} = j\frac{1}{2} (\delta_B + \delta_A) e^{-j2\alpha}$$

그림 3-3-21 Branch-line Hybrid를 사용한 평형 증폭기

고 각 선로에 진행파의 움직임을 보였다. 그림 3-3-21에서 보다시피 1번단자에서의 반사파는 증폭기 A와 증폭기 B에서 생긴 반사파의 차이로 주어진다. 그리고 2번단자에 연결된 종단 임피던스에는 두 반사파의 합이 인가된다. 출력단인 4번단자로 나아가는 출력은 증폭기 A 및 증폭기 B의 출력의 합의 반이 나아가고 3번단자에 연결된 종단저항서는 두증폭기의 출력의 차의 반이 소모된다. 만약 증폭기 A, B의 특성이 동일하다면 $b_1 = 0$ 이 될 것이다. 그것은 입력단에서 볼 때 반사파가 하나도 없는 것처럼 보여져서 가장 이상적으로 정합된 것처럼 보인다. 그리고 각기 증폭기에서 발생한 반사파는 2번단자에 연결된 종단 저항장서 모두 소모되어진다. 같은 원리에 의해 출력단에서 본 VSWR도 아주 좋아지게 된다. 증폭기 A 및 B의 특성이 동일할 때 전체 평형 증폭기의 이득은 증폭기 A 하나만 사용했을때와 같아진다. 비슷한 논의를 통하여 잡음지수를 고찰해 보면 증폭기 A의 잡음지수를 F_A , 증폭기 B의 잡음지수를 F_B 라 하면 평형증폭기의 잡음지수 F 는 식 (3-3-96)로 표시된다.

$$F = \frac{1}{2}(F_A + F_B) \dots\dots\dots (3-3-96)$$

증폭기 A 및 B의 잡음지수가 동일할 때 평형증폭기의 잡음특성은 증폭기 A 하나만 사용했을 때와 동일하다. 식 (3-3-96)은 Hybrid는 전송선로로 구성되어 있으므로 Hybrid자체에서 잡음발생이 없다고 가정한 뒤에 나오는 결과식이다. 그렇지만 Hybrid에 연결된 종단 임피던스와 Hybrid에서 약간의 잡음이 발생할 경우를 가정하면 평형증폭기의 잡음지수는 조금더 악화될 것이다. 그러나 정확한 평형상태가 유지되면 그 정도는 무시할 정도로 작다고 할 수 있겠다.

2. 증폭기의 설계

가. 개 요

본 장에서는 2장에서 언급한 제반특성을 만족하는 증폭기를 설계하기로 한다. 앞에서 언급되어진 것처럼 증폭기의 설계는 제반 특성을 만족하는 Γ_s 와 Γ_L 을 구하여 증폭기의 입, 출력단에 연결하는 것이다. 하지만 실제로는 전원의 내부 임피던스와 부하 임피던스가 거의 일정하고(대부분 $50\ \Omega$) 우리가 알 수 있는것은 사용하는 bipolar TR 또는 FET의 산란 파라미터와 잡음지수에 관련된 파라미터들이다. 그러므로 그림 3-3-22처럼 TR의 입력단과 전원사이에 그리고 출력단과 부하 사이에 정합회로를 삽입한 후, TR의 파라미터들로 부터 결정된 Γ_s 와 Γ_L 가 되도록 정합회로를 설계한다. 본 연구에서는 하려는 것이 평형 증폭기의 설계이므로 하나의 설계로 두개의 증폭기를 제작하여야 한다. 그리고 Branch-line Hybrid의 설계도 같이해야 한다.

첫번째 단은 저잡음위주로 설계하고 두번째 단은 이득을 위주로 설계하였다. TR의 선정에 있어서 2GHz대에서 bipolar TR보다 잡음특성이 좋은 GaAs FET를 사용하기로 하고 AVANTEK 회사 제품인 AT-8110을 선정하였다. GaAs FET를 쓰기에는 2GHz대 가 좀 낮은 주파수에 해당하므로 일반적으로 2GHz대에서 잠재적으로 불안정한 상태가 된다. AT-8110 역시 2GHz대에서 잠재적으로 불안정한 특성을 갖는다. 그러므로 동시 공액정합은 시킬수가 없다.

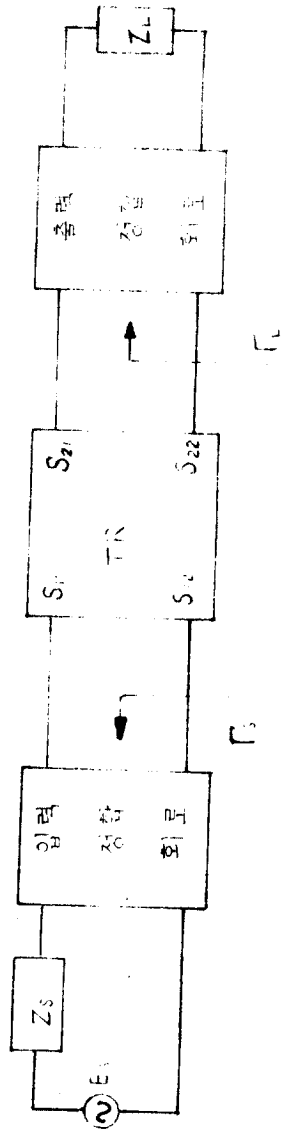


그림 3-3-22 증폭기의 설계

나. 정합회로의 설계

본 논문에서는 2 단 증폭회로를 사용하므로 첫번째 단의 입력에 연결되는 입력 정합회로와 첫번째 단과 두번째 단 사이에 연결되는 단간 정합회로 그리고 두번째 단의 출력단에 연결되는 출력 정합회로의 3 가지를 설계하여야 한다.

먼저 AT-8110 의 산란 파라메터들을 그림 3-3-23 에 나타내었다. 사용 주파수대가 2-2.3GHz 이므로 중심 주파수를 2.1GHz 로 하여 설계를 하기로 한다.

제작회사로 부터 주어진 자료가 2GHz 와 3GHz, 4GHz 등으로 주어졌으므로 주어진 주파수 사이의 파라메터들은 선형적으로 변화한다고 가정하여 보간법으로 2.1GHz 에서의 값을 구하여 표 3-1 에 나타내었다. 그리고 잡음에 관련된 파라메터들은 2GHz, 4GHz, 6GHz 에 대해서만 주어졌으므로 역시 그 사이의 값은 선형적으로 변화한다고 가정하여 보간법으로 2.1GHz 때의 값을 구하여 표 3-3-1 에 나타내었다. 표 3-3-1 에 주어진 값들을 이용하여 식 (3-3-33)에 대입한 후 K의 값을 구하면 K가 1 보다 작게 되어진다.

표 3-3-1 2.1GHz 에서의 AT-8110 의 파라메터들

파라메터	크 기	각도 [°]	파라메터	크 기	각도 [°]
S_{11}	0.804	-97.476	S_{12}	0.097	34.374
S_{21}	3.942	104.090	S_{22}	0.384	-71.872
F_{min}	0.615	—	Γ_o	0.672	72.462
r_n	0.444	—			

그림 3-3-23 Scattering parameters of AT-8110

그러므로 AT-8110 은 잠재적으로 불안정한 상태에 있는 것이다. 그래서 동시 공액정합은 사용하지 못하고 동작 전력이득 공식이나 가용 전력이득의 공식을 이용하기 위해 FET의 GATE 또는 DRAIN 중의 하나만 공액정합 시키기로 하였다. 첫번째 단은 저잡음 위주로 설계하므로 GATE 쪽을 원하는 Γ_s 에 정합시키고 DRAIN 쪽을 공액정합 시키는 가용전력 이득공식을 사용하기로 한다. 두번째 단은 출력단에 Hybrid가 나중에 연결되므로 출력쪽의 정합이 조금 악화되더라도 Hybrid에 의해 보상된다. 그래서 DRAIN 쪽을 원하는 이득의 Γ_L 에 정합시키고 GATE 쪽을 공액정합 시키는 동작 전력이득 공식을 사용하는 방법을 쓰기로 한다. AT-8110 의 Γ_s 와 Γ_L 평면에 식 (3-3-20), 식 (3-3-21), 식 (3-3-49), 식(3-3-80) 및 식 (3-3-84)를 사용하여 각종 특성을 나타내는 원을 도시하여 그림 3-3-24 와 그림 3-3-25 에 보였다. 그림 3-3-24 와 그림 3-3-25 를 비교해 보면 불안정한 영역은 모두 안정도원의 내부에 주어지므로 Γ_s 평면보다 Γ_L 평면의 불안정한 영역이 더 크게 되어 있음을 알 수 있다.

각 평면에서 이득을 나타내는 원들이 불안정한 영역으로 가까이 갈수록 이득이 커짐을 표시하고 있다. Γ_s 평면에서 잡음지수 원들은 촘촘하게 모여 있으므로 Γ_s 의 값이 조금만 변화 하더라도 잡음지수가 쉽게 변화함을 알 수 있다.

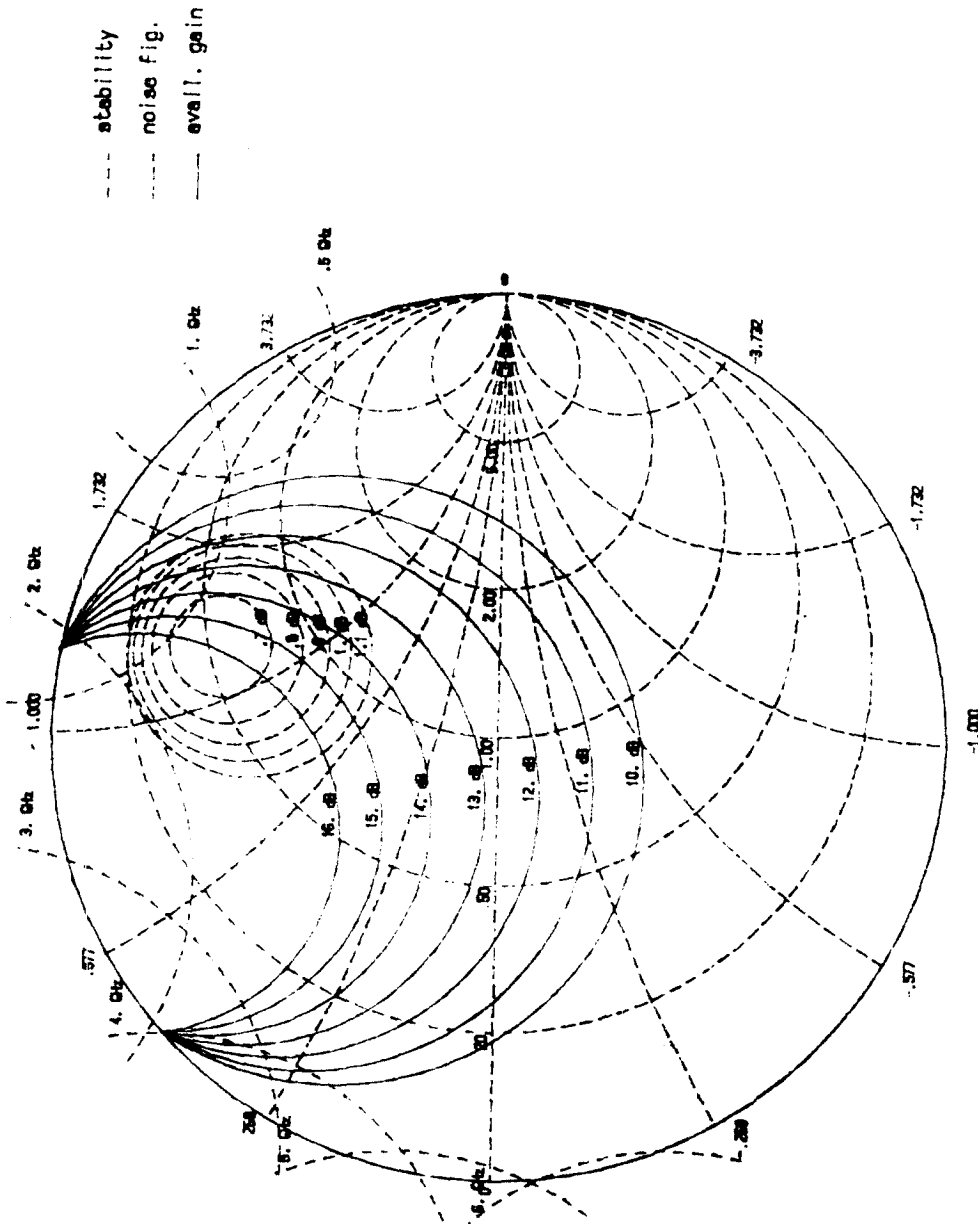


그림 3-3-24 Input stability, noise figure and avail. gain circles

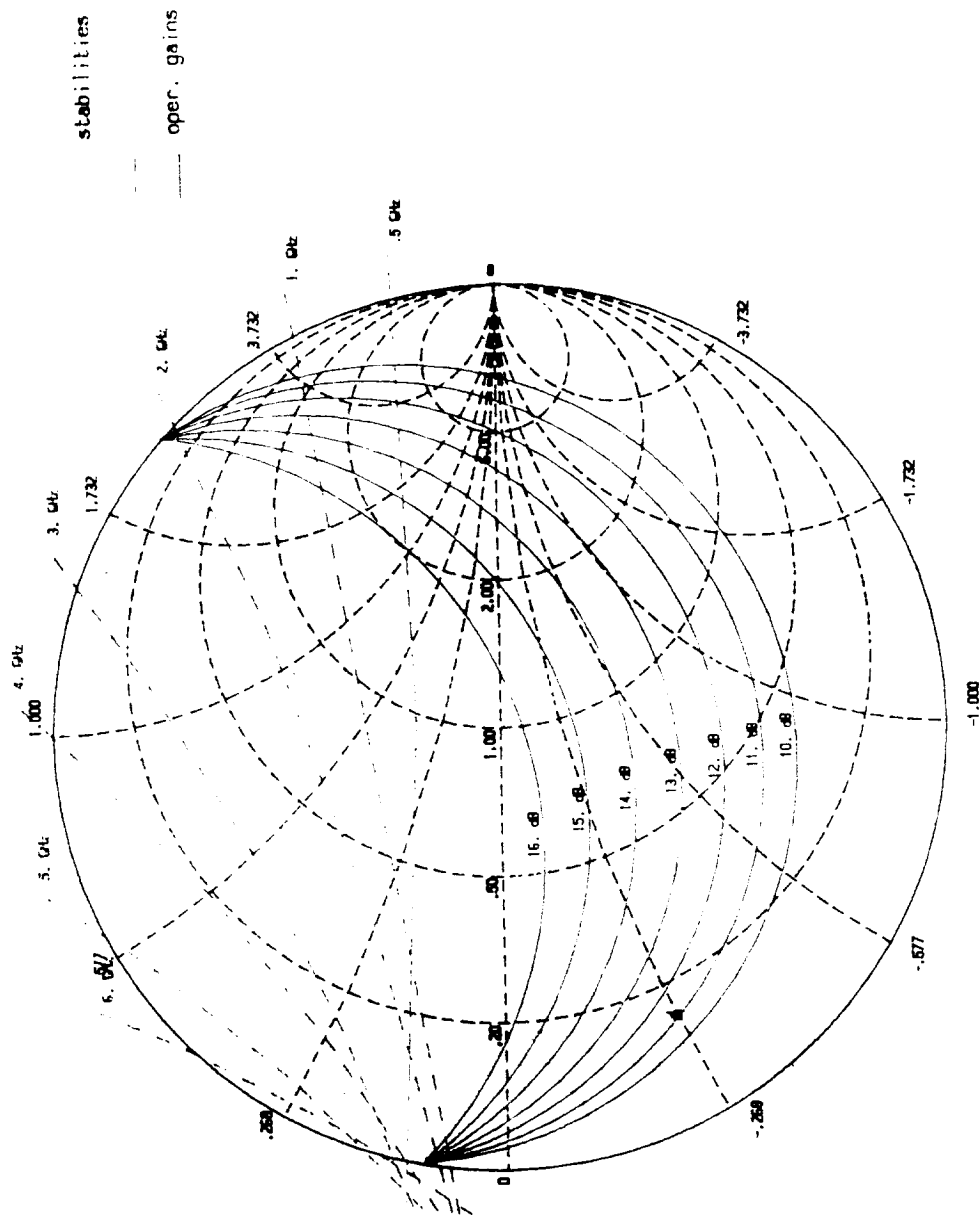


그림 3-3-25 Output stability and oper. gain circles

표 3-3-2 선택된 Γ_s 와 Γ_L

	첫 번째 단		두 번째 단	
	크 기	각도 [°]	크 기	각도 [°]
Γ_s	0.65	54.0	0.685	100.437
Γ_L	0.335	129.015	0.339	-32.471

첫번째 단의 FET의 Γ_L 및 Γ_s 를 결정하기 위해 필요한 적당한 몇개의 점을 Γ_s 평면에서 미리 결정한 후 식 (3-3-4)를 이용해서 각각의 Γ_s 에 대한 Γ_{OUT} 을 계산하고 $\Gamma_L = \Gamma_{OUT}^*$ 으로 하여 이 값이 Γ_L 평면에서 안정영역에 있는지 조사하였다. 이와같은 절차를 여러번 반복 후 가장 적절한 Γ_L 과 Γ_s 를 선택하여 그림 3-3-26에 표시하였다. 그 크기는 표 3-3-2에 나타내었다. 두번째 단 FET의 Γ_L 과 Γ_s 를 결정하는 방법도 첫번째 단과 유사하다. 차이점은 첫번째 단이 Γ_s 를 먼저 선정하고 Γ_{OUT} 을 구한 후 Γ_L 을 결정하는데 비해 두번째 단은 Γ_L 을 먼저 선정하고 식 (3-3-3)을 이용 Γ_{IN} 을 구한다음, $\Gamma_s = \Gamma_{IN}^*$ 이 되도록 한 것만 다르다.

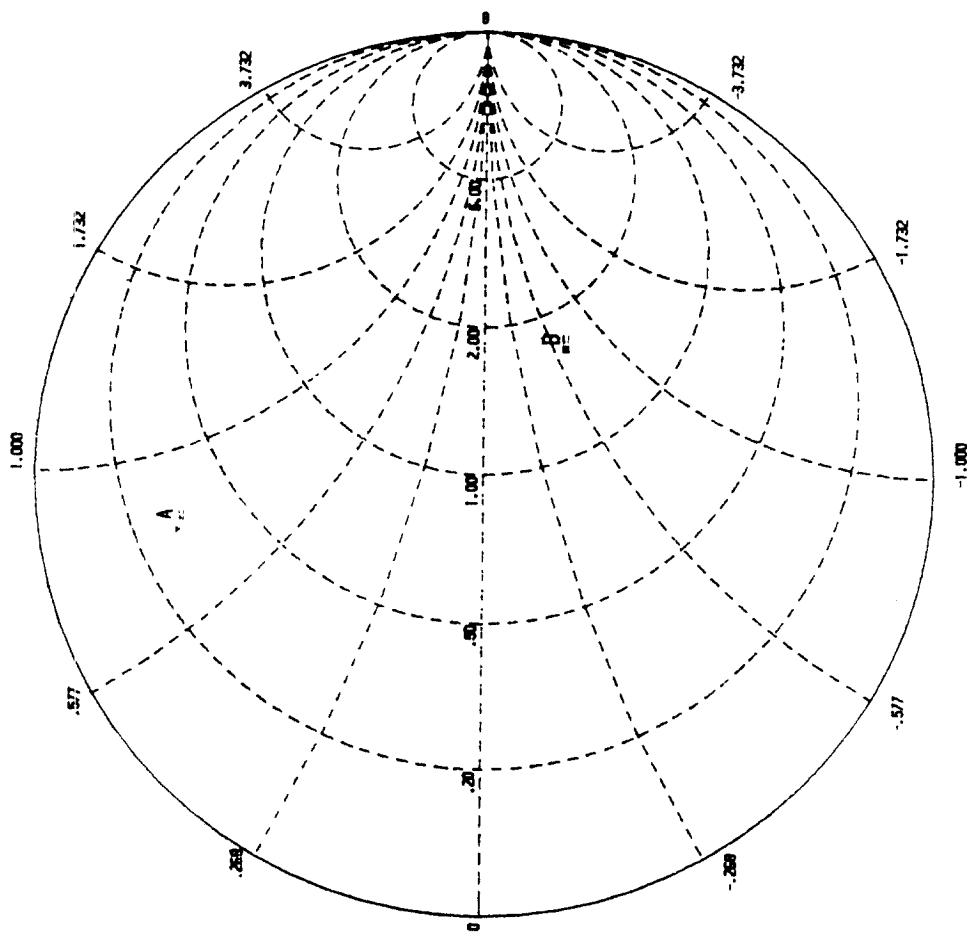
두번째 단의 Γ_L 과 Γ_s 를 그림 3-3-27에 표시하고 그 크기는 표 3-3-2에 나타내었다. Γ_s 와 Γ_L 을 결정하였으면 정합회로를 설계해야 한다. 정합회로는 전송선로와 stub 및 직류 차단용량을 사용하여 구성한다. 정합회로 설계시 smith chart를 사용하면 용이하게 정합회로를 설계할 수 있다. 그림 3-3-28, 그림 3-3-29, 그림 3-3-30에 각 정합회로의 설계를 그림으로 보였다.

그림 3-3-28은 표 3-3-2에 주어진 첫번째 단 Γ_s 를 전원의 내부 임피던스인 50Ω 에 정합시키는 경우이다. A점이 Γ_s 인

구분	구분명
7월	3-3-26 1st stage matching point

A : For gamma-3
B : For gamma-1

operating power gain : 13.7 dB



7월 3-3-27 2nd stage matching point -1.000

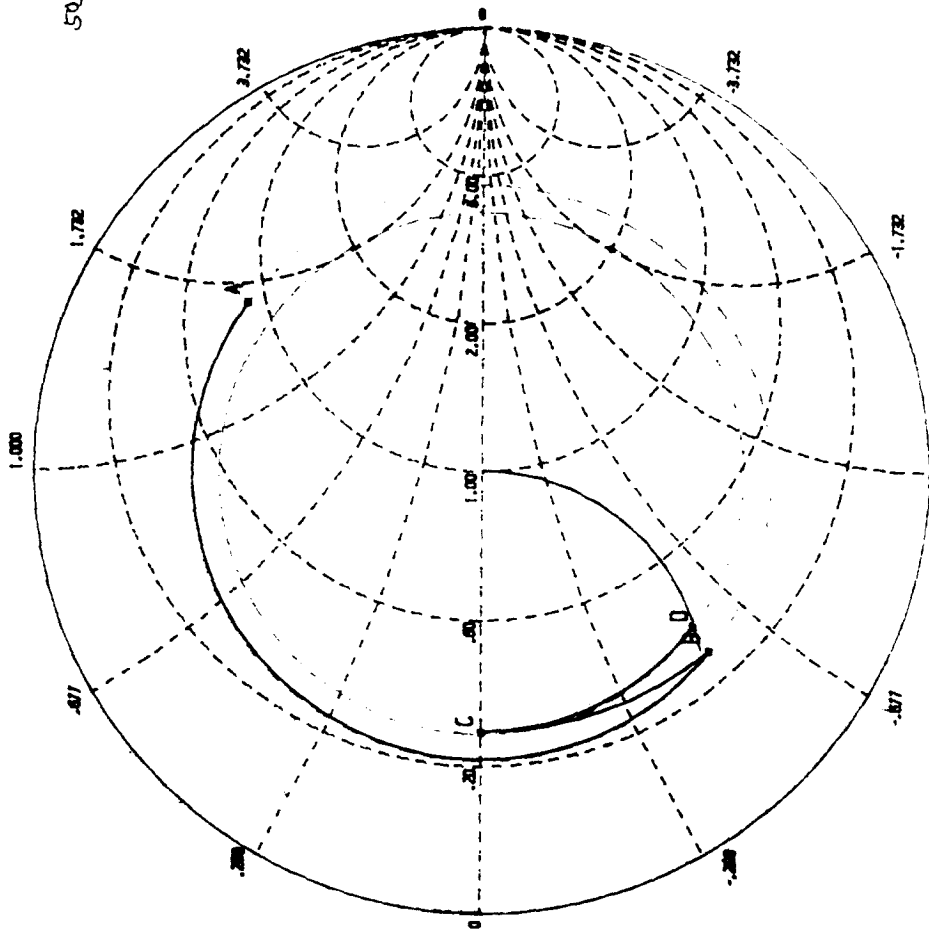
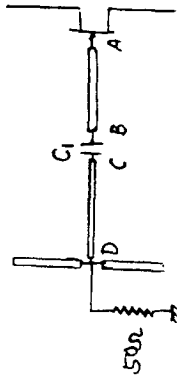


그림 3-3-28 Input matching network design

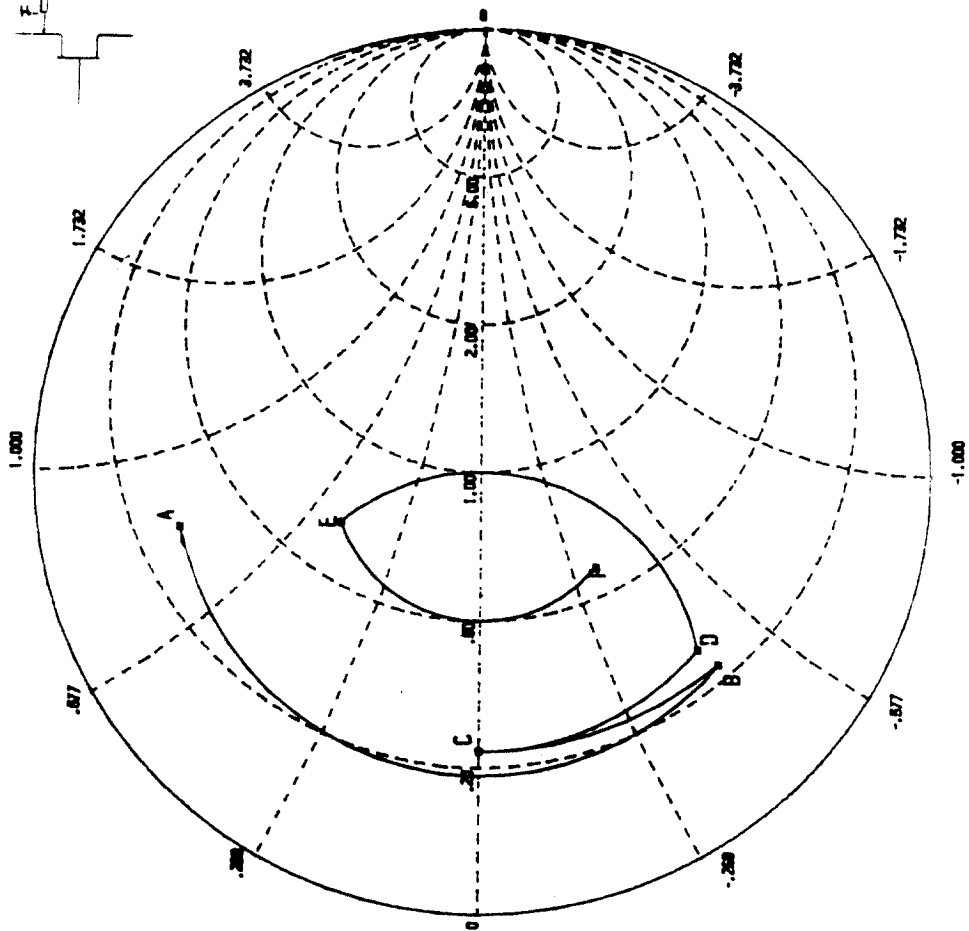


그림 3-3-29 Mid-matching network design

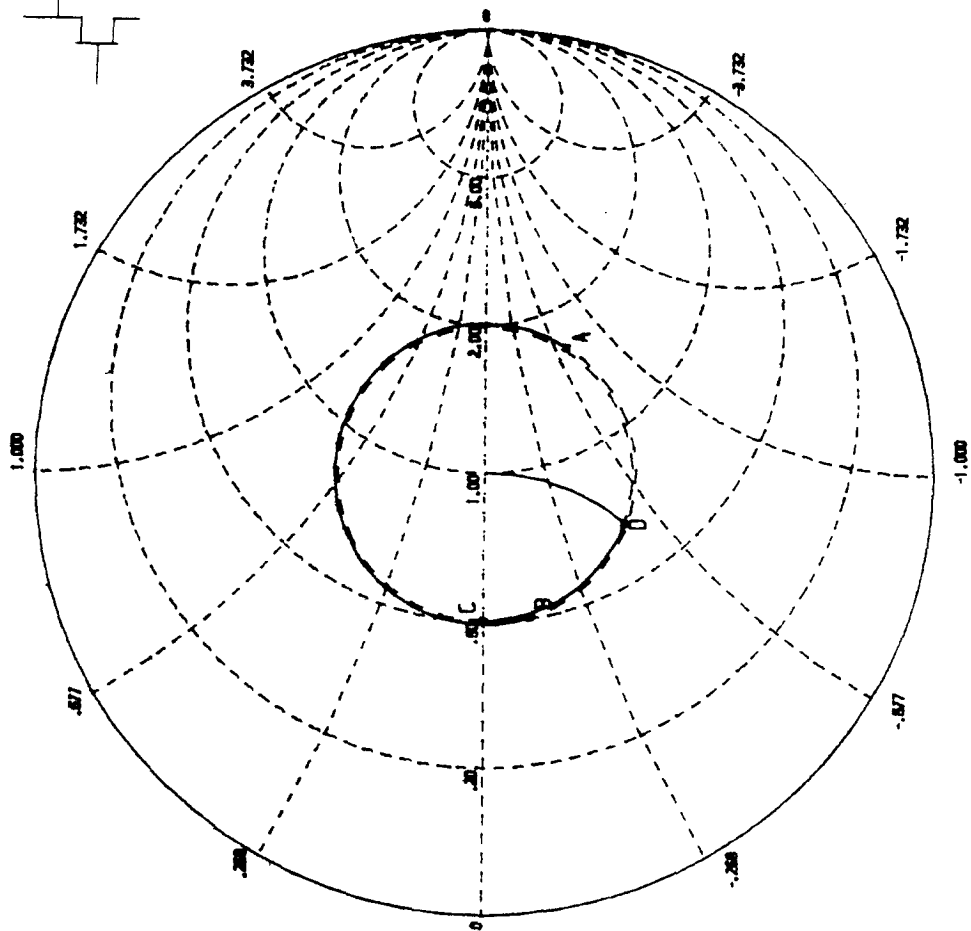
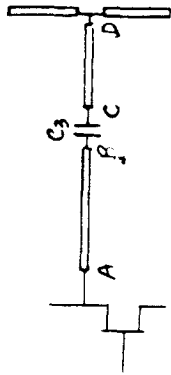


그림 3-3-30 Output matching network design

점이고 전송선로에 의해 B점으로 이동시킨 후 3.3 [pF]의 직류 차단용량에 의해 C점으로 옮겨졌다. 그리고 다시 전송선로를 따라 $\text{Re}(Y) = 1$ 인 원과 만나는점 D로 이동하였다. 그때 평형 stub에 의해 50Ω 인 $\Gamma = 0$ 인 점으로 정합되어졌다. 그림 3-3-28의 정합 회로에 사용된 전송선로 및 stub의 전기적 길이는 파장을 λ 라 할때 다음과 같이 주어진다.

$$\ell_{AB} : 0.447\lambda$$

$$\ell_{CD} : 0.075\lambda$$

$$\text{stub} : 0.1\lambda$$

$$\text{직류차단용량} : 3.3 [\text{pF}]$$

그림 3-3-29는 두번째 단의 Γ_s 를 첫번째 단의 Γ_L^* 에 정합시키는 경우로서 각 소자의 길이는 다음과 같다.

$$\ell_{AB} : 0.182\lambda$$

$$\ell_{CD} : 0.071\lambda$$

$$\ell_{EF} : 0.169\lambda$$

$$\text{stub} : 0.137\lambda$$

$$\text{직류차단용량} : 3.3 [\text{pF}]$$

그림 3-3-30은 두번째 단의 Γ_L 을 부하 임피던스인 500HM과 정합시키는 경우로서 각소자의 길이는 다음과 같다.

$$\ell_{AB} : 0.32\lambda$$

$$\ell_{CD} : 0.098\lambda$$

$$\text{stub} : 0.054\lambda$$

$$\text{직류차단용량} : 13 [\text{pF}]$$

다. 바이어스 회로의 설계

증폭기를 동작시키기 위해서는 FET에 직류 바이어스를 인가하여야 한다. 직류 바이어스 회로는 순수한 수동소자(저항, 콘덴서 등)만을 사용한 수동 바이어스회로(passive bias circuit)와 TR 등을 사용한 능동 바이어스회로(active bias circuit)으로 나눌 수 있다.

바이어스 회로는 FET에 적절한 직류 DRAIN전류, I_D 와 적절한 DRAIN, SOURCE 간의 전압, V_{DS} 를 일정하게 해줄 필요가 있다. 일반적인 TR을 사용한 증폭기는 TR의 EMITTER에 궤환 바이어스 저항(Feed back bias resistor)를 사용하여 온도 등의 변화에 따른 직류 전류의 변화를 억제하도록 하는 방법을 사용해서 바이어스 전류를 안정화시킨다.

본 연구에서 사용되는 FET는 GATE에 부전압을 인가 하는 Bias 전압을 설계해야 하므로 정상적인 궤환저항의 방법으로 실현이 곤란하다. 그래서 그림 3-3-31에 보인 바와같은 TR을 이용한 능동 바이어스 회로를 사용하여 V_{DS} 와 I_D 의 안정을 꾀하였다.

즉 TR의 EMITTER의 전압은 BASE보다 0.7V가량 낮은 일정한 값으로 유지되므로 그림에서 I_B 를 I_{BB} 보다 훨씬 크게 하면 TR의 BASE 전압은 R_{BI} 과 R_{BZ} 에 의해 일정한 값으로 유지되고 따라서 TR의 EMITTER 전압 및 FET의 V_{DS} 는 일정한 값으로 유지 될 수 있다.

그리고 FET의 GATE에서 FET쪽으로 본 임피던스는 매우 크므로 TR의 COLLECTOR 전압은 FET의 GATE 전압으로 인가된다. I_D 가 증가할 경우 I_E 가 감소하므로 GATE 전압을 상승시키

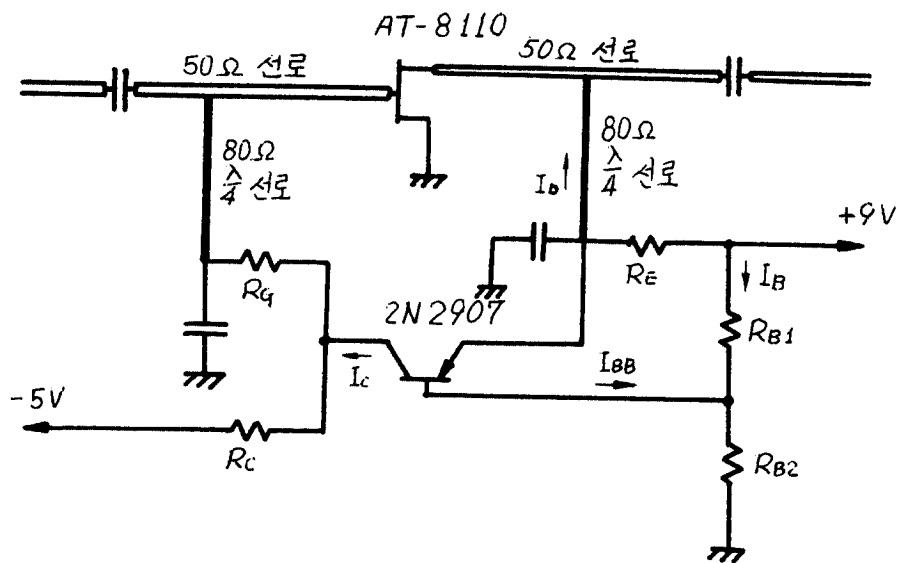


그림 3-3-31 직류 바이어스 회로

므로 I_D 의 증가를 억제하게 된다. 같은 원리에 의해 I_D 의 감소도 억제되므로 일정 I_D 를 유지할 수가 있다.

본 연구에서 사용한 바이어스 점은 AVANTEK 회사의 제공자료에 의해 $V_{DS} = 3[V]$ $I_D = 20[mA]$ 가 되도록 하였다. 각 전압, 전류를 위한 저항값을 표 3-3-3에 나타내었다.

표 3-3-3

R_G	20 K Ω	R_{B1}	6.7K Ω
R_C	285 Ω	R_{B2}	2.3K Ω
R_E	10 K Ω		

초 고주파의 특성에 영향을 주지 아니하고 직류를 인가하기 위해서는 $\frac{1}{4}$ 파장의 단락 stub에 의한 직류공급을 많이 사용한다. 선로에서 $\frac{1}{4}$ 파장의 단락 stub쪽으로 보면 임피던스가 ∞ 이므로 고주파 특성에는 영향을 주지 아니한다.

$\frac{1}{4}$ 파장의 길이를 실현하면 주파수에 따라 그 전기적 길이가 변화하므로 다른 주파수대에서 영향을 미칠 수 있다. 고로 초 고주파 신호가 흐르는 선로의 특성 임피던스와 다른 임피던스를 갖는 stub를 사용하면 양 선로간의 반사계수가 커지므로 바이어스 선로로 초 고주파 신호가 유출되는 영향을 줄일 수가 있다. 본 연구에서는 바이어스 선로로 80 Ω $\frac{1}{4}$ 파장 선로를 사용하였다.

라. Hybrid, 전송선로, stub의 설계

Hybrid는 전기력 길이가 그림 3-3-14에 주어졌으므로 해당 특성 임피던스를 갖는 전송선로만 설계하면 된다. Hybrid에

사용되는 선로 특성 임피던스는 $Z_0 = 50\Omega$ 과 $Z_0 = 35.36[\Omega]$ 인 두 가지를 사용하고 정합회로의 전송선로와 stub는 모두 $50[\Omega]$ 으로 하였으며 바이어스 선로는 $80[\Omega]$ 으로 사용하였다. 그러므로 특성 임피던스가 $35.36[\Omega]$, $50[\Omega]$, $80[\Omega]$ 의 3 가지 경우만 설명하면 된다.

본 논문에서 사용한 기판은 순도가 99.5 % 이상인 알루미늄 나 기판으로 그 비유전율은 10 정도가 된다. 그리고 기판의 두께 h는 20 mil 으로서 약 0.636mm 에 해당되는 것이다. 선로의 폭, W 및 선로 내에서의 파장, λ , 유효 비유전율 ϵ_{ff} 는 다음 식으로 주어 진다.

$$\frac{W}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2}, \quad \text{for } \frac{W}{h} \leq 2$$

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left(\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right) \right]$$

$$\text{for } \frac{W}{h} \geq 2 \quad \dots\dots\dots (3-3-97)$$

여기서

$$A = \frac{Z_0}{60} \left(\frac{\epsilon_r + 1}{2} \right)^{1/2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0 (\epsilon_r)^{1/2}}$$

이다.

$$\epsilon_{ff} = \frac{\epsilon_f + 1}{2} + \frac{\epsilon_f - 1}{2} \left[\left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-1/2} + 0.04 \left(1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (3-3-98)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{(\epsilon_{ff})^{1/2}} \dots\dots\dots (3-3-99)$$

여기서 λ_0 는 진공중의 파장을 의미한다. 이상의 식들로 부터 각기 선로의 파장 및 폭을 구해서 표 3-3-4 에 나타내었다.

표 3-3-4 각 선로의 실제 치수

	35.36[Ω] 선로	50[Ω] 선로	80[Ω] 선로
W[mm]	1.146	0.608	0.184
λ [mm]	53.594	55.446	57.002

3. 실험결과 및 검토

본 장에서는 앞서 설계한 증폭기를 제작하여 실험한 결과를 보이기로 하고 그 결과에 대한 검토를 하기로 한다. 먼저 실험의 순서는 Branch-line Hybrid를 제작하여 그 특성을 간단히 실험하고 다음 평형 증폭기를 구성할 두개의 증폭기를 개별 실험하여서 그 특성을 확인한 뒤 평형 증폭기를 구성후 그 전체 특성을 조사하여 비교해 보았다.

본 실험에서 사용된 계측기는 표 3-3-5 에 주어진 것을 사용하고 증폭기의 상태는 외부 케이스가 덮여있지 않는 상태로 실험하였다.

표 3-3-5 사용 계측기

계 측 기 명	규 격 번 호	제 조 회 사	수 량
Network Analyzer	HP8510	H.P.	1

계 측 기 명	규 격 번 호	제 조 회 사	수 량
Noise figure meter	2075	EATON	1
Sweep Oscillator	HP8654B	H.P.	1
Noise Source	HP346B	H.P.	1
Plotter	7475A	H.P.	1
D.C.power supply		H.P.	1
기 타	-	-	약 간

가. Hybrid의 특성 측정

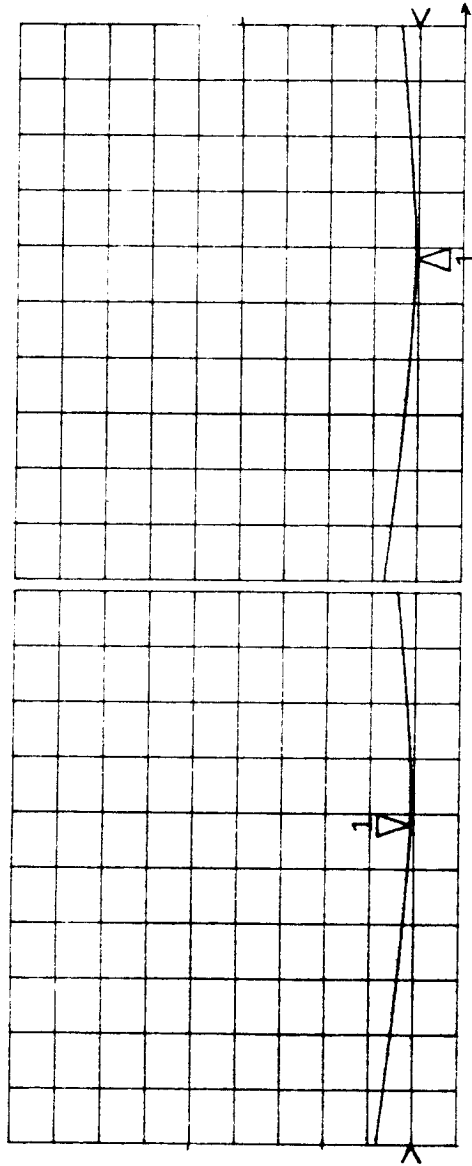
그림 3-3-32에 Branch line Hybrid 입력단에서 본 VSWR과 출력단중 하나를 종단시키고 한쪽 출력단에서 본 VSWR을 표시하였다. VSWR이 상당히 좋은 특성을 나타내는 것을 보아서 Hybrid의 선로 임피던스는 제특성을 갖고 있음을 알 수 있다. 그리고 그림 3-3-33에 각 출력단에서 본 전달특성을 보였다. Hybrid의 단자번호는 그림 3-3-14에 나타난 것을 따랐고 4번 단자는 50Ω 으로 종단시켰다. 그리고 하나의 출력 단자를 측정하는 동안 다른 출력단자는 50Ω 으로 종단시킨 후 측정하였다.

그림 3-3-34는 Hybrid 각 출력단에서 본 위상특성을 나타내었다. 그림 3-3-34을 고찰하면 180° 지점이나 -180° 지점은

S11 VSWR
 REF 1.0
 1 1.0 /
 Δ 1.0758
 1 hp

S22 VSWR
 REF 1.0
 Δ 1.0 /
 1 1.0529

MARKER 1
 2.19 GHz

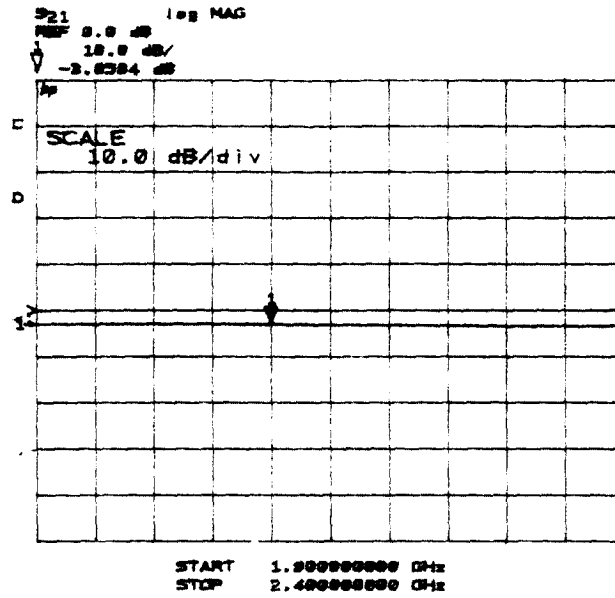


(a) 입력단

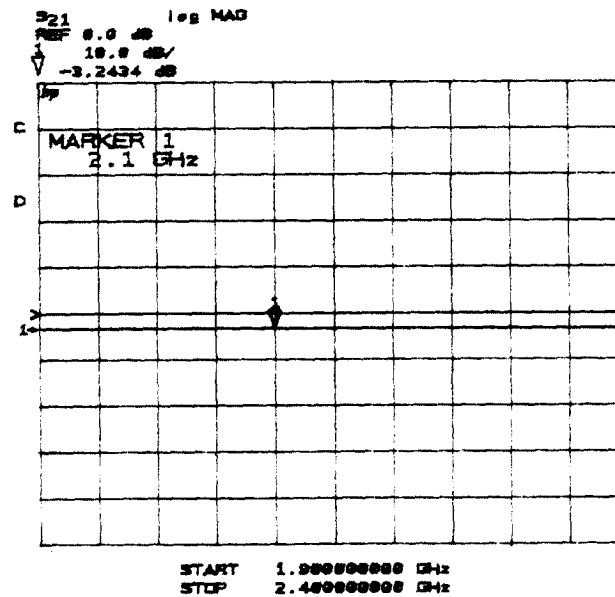
(b) 출력단

그림 3-3-32 Branch line Hybrid의 VSWR 특성

START 1.900000000 GHz
 STOP 2.400000000 GHz



(a) 1번 과 3번 단자간의 전달 특성



(b) 1번 과 2번 단자간의 전달 특성

그림 3-3-33 각 단자간의 전달 특성

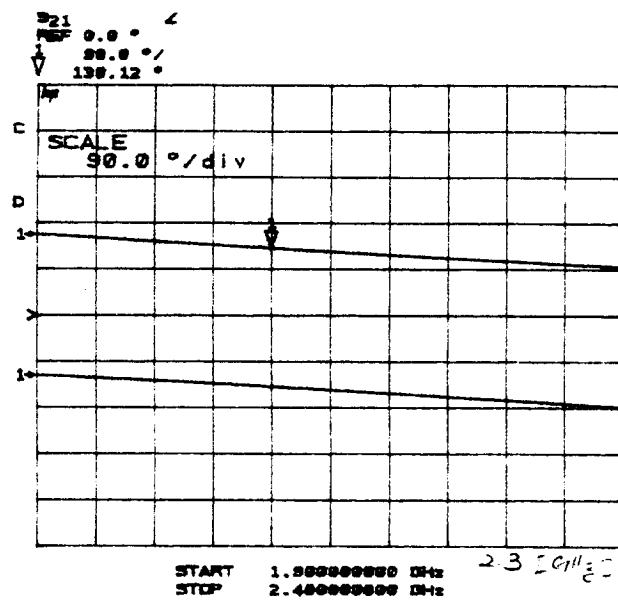


그림 3-3-34 2개의 출력 단자에서 본 위상 특성

사실 동일한 위상점이므로 출력간에 90° 위상차가 남을 확인 할 수가 있었다. 전반적으로 Hybrid의 특성은 좋은 것으로 나타났다. 입, 출력 VSWR은 사용 주파수대 ($2.0\sim 2.3[\text{GHz}]$)에서 1.5 이하의 값을 기록하였고 자체 삽입 손실은 0.3dB 이하로 나타났다. 그리고 두 출력은 90.12° 의 위상차를 보였다.

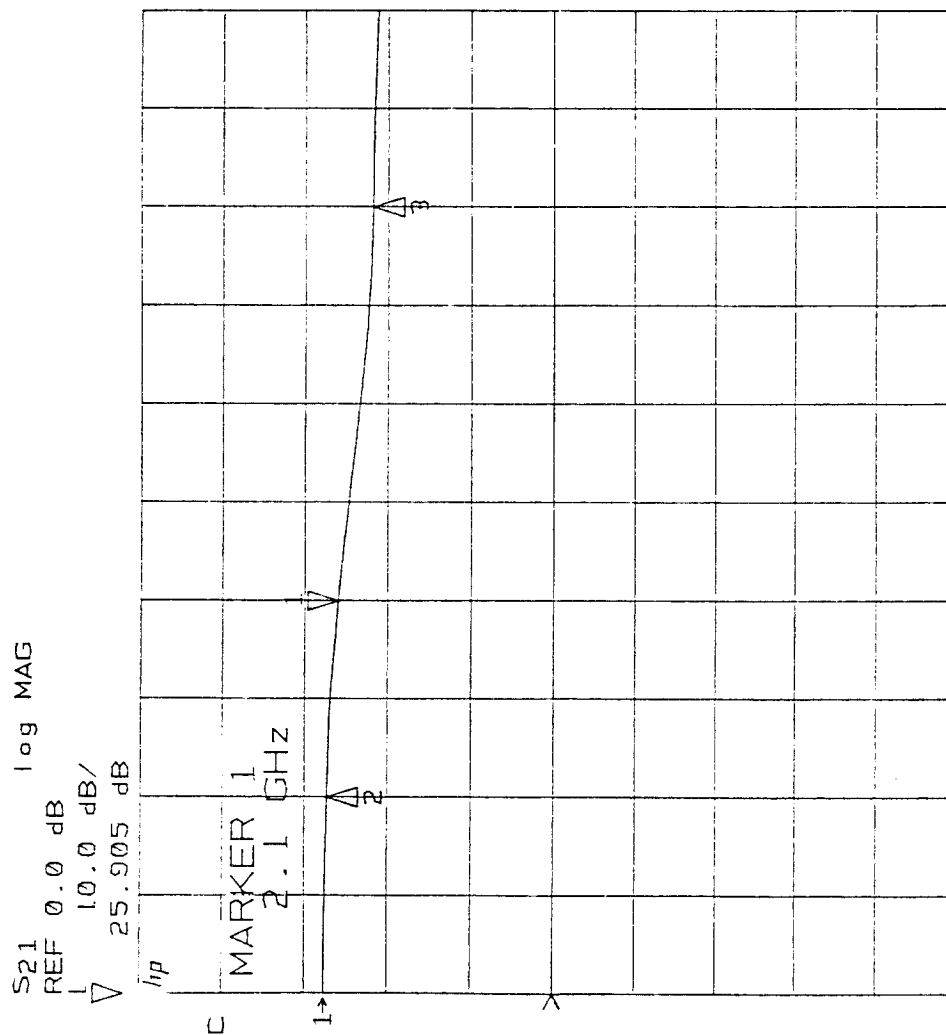
나. 증폭기의 실험

Hybrid와 증폭기를 연결한 후 전체 실험을 행하였다. 각 특성을 그림 3-3-35에서 그림 3-3-37까지 보였다. 그림 3-3-35는 증폭기의 주파수에 따른 이득특성을 보였다. 이득은 목표치인 2.1GHz 에서 $25[\text{dB}]$ 보다 높은 값으로 나타났다. 그림 3-3-36은 증폭기의 입, 출력 VSWR을 표시한 것으로서 역시 Band($2.0 \sim 2.3\text{GHz}$)내에서 1.5 이하의 값으로써 목표치를 얻을 수 있었다.

그림 3-3-37은 증폭기의 잡음지수를 표시하였다. 잡음지수는 Band내에서 $2.3[\text{dB}]$ 이하의 값을 갖는데 이것은 목표치보다 높은 값을 나타내었다. 이것에 대한 원인으로서는 Hybrid에서의 손실때문인 것으로 추정된다.

Balanced Amp.는 2개의 Amp특성이 동일하여야 가장 적절한 동작을 할 수 있다. 만약 약간의 unbalance가 생기면 그것에 의한 손실이 Hybrid에서 발생하게 된다. 증폭기에서 입력측의 손실은 잡음지수에 커다란 악영향을 미치게 된다.

일반적으로 회사에서 생산되는 제품은 그 특성이 동일하지가 아니하나 고로 이런 특성의 차에 의해 생긴 입력단 Hybrid에서의 손실이 잡음지수의 악영향을 준 것으로 나타난다.

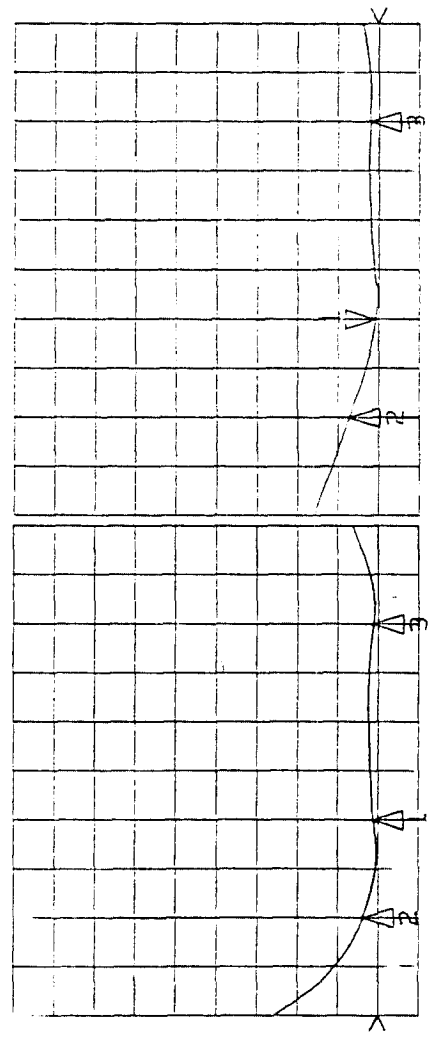


START 1.900000000 GHz
 STOP 2.400000000 GHz

그림 3-3-35 증폭기의 주파수에 따른 이득 특성

S11	SWR	S22	SWR
REF 1.0		REF 1.0	
Δ 1.0 /		Δ 1.0 /	
t_{hp} 1.1231		∇ 1.0687	

C MARKER 1
2.1 GHz



(a) 입력 VSWR (b) 출력 VSWR

START	1.900000000 GHz
STOP	2.400000000 GHz

그림 3-3-36 증폭기의 입,출력 VSWR 특성

Noise Figures

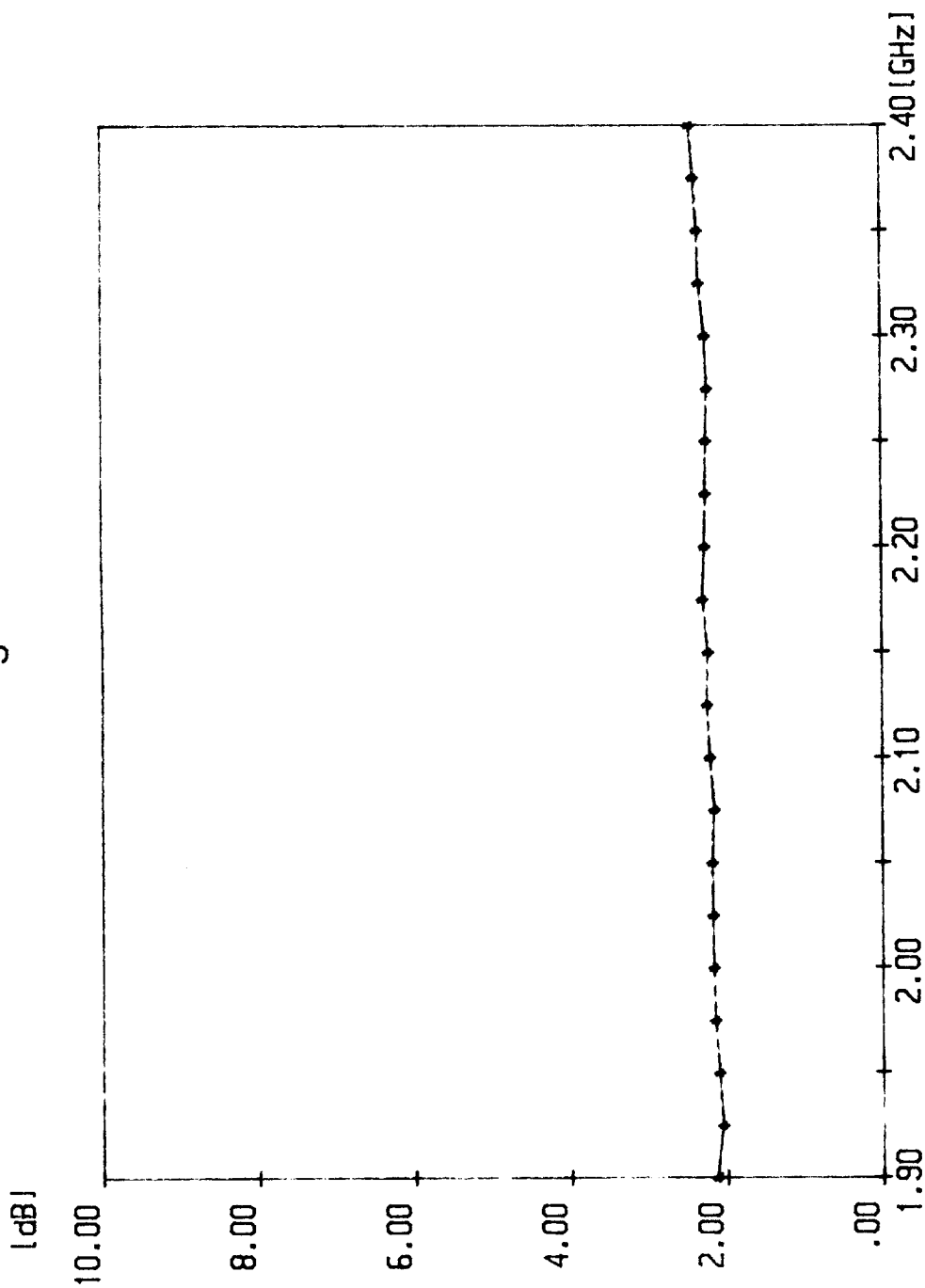


그림 3-3-37 중폭기의 잡음지수

증폭기의 실험은 외부 case 를 하지않은 상태로 실험을 행하였다.

제 4 절 결 론

S-Band(2.1 ~ 2.3 GHz) 위성추적 및 신호수신용 Feed를 설계제작 하였다. 박판형다이폴의 크기는 이혼상 해석의 어려움 때문에 실험적으로 가장 적합한 형태를 찾아 제작하였다. 추적용 및 수신용 안테나의 VSWR은 Band내에서 1.5 이하로 양호한 특성을 나타내었다. cavity-backed 형태를 이용하여 E평면 패턴과 H평면 패턴이 일치하도록 하였으므로 원평파수신에 적합하리라 생각된다.

수신용 안테나의 빔폭은 reflector에 spillover를 주기에 충분한 패턴을 가진다. 모노필스 추적시스템을 만든후 difference 패턴을 측정한 결과 위성추적을 하기에 충분한 30dB 이상의 dip을 얻었다.

Branch-line Hybrid를 사용하여 평형증폭기 형태의 저잡음 증폭기를 구성하였다. 실험결과 사용 주파수 대역(2.1 ~ 2.3 GHz)에서 입, 출력 VSWR은 1.2 이하의 값을 나타내어 평형 증폭기의 잇점을 충분히 살린 양호한 특성을 얻었으며 이득은 2.1GHz에서 25[dB]의 값을 보여 설계 목표치에 도달하였다.

잡음지수는 사용주파수 대역(2.0 ~ 2.3GHz)에서 2.0 ~ 2.3 [dB]의 값을 나타내어 설계목표치인 1.5[dB]보다 불량한 값을 보였다.

초고주파대에서 사용하는 적잡음 증폭기용 FET는 대부분 최

소의 잡음지수를 갖도록 하는 정합회로의 정합점과 가장 정합이 잘 되는 점인 복소공액 정합점 (complex conjugate matching point)은 일치하지 않는다. 저잡음 증폭기의 제작시 이 불일치로 인해 저잡음위주의 설계를 하게되면 입력단의 정합상태가 악화되어 반사파가 많이 발생하게 된다. 평형증폭기에서는 이 반사파를 Hybrid 내에서 소모되도록 하여 입력단에서의 반사파가 생기는 것을 억제하게 된다. 이로 인해 VSWR 특성은 양호하게 되지만 반사파는 증폭기에서 손실로 동작하게 된다. 저잡음 증폭기에서 입력단의 손실은 전체 잡음지수에 큰 영향을 미치게 된다. 실제로 계산을 해 보면 Hybrid를 제외한 증폭기 입력단의 VSWR이 5 이상이 되면 전체 잡음지수가 0.8[dB] 정도 이상이 증가함을 알 수 있다.

본 연구에서 잡음지수의 악화는 이러한 영향들 때문인 것으로 고려된다.

제 4 장 위성추적용 안테나 구동시스템

제 1 절 서 론

일반적으로 위성 추적용 안테나와 같은 대형구조물 구동시스템은 소규모 추적용 구동시스템이 갖는 고도의 정밀성 및 속응성 뿐만 아니라 바람 및 위치에 따른 관성등 계수변화 (Paramater Variation)에 강인해야하며 특히 구동시스템은 회전관성이 크므로 응답의 오우버 슈트 (Overshoot)가 없어야 한다. 또 안테나는 일반적으로 산악지역이나 노출된 장소에 설치되므로 풍력에 의한 영향이 크다. 이러한 악조건하에서 원하는 추적성능을 만족하는 구동시스템의 제어 알고리즘 (Control Algorithm)을 1차년도 보고서에서 언급하였으며 제어신호에 따라 구동기에 적절한 전력을 공급하는 전력변환기에 관한 연구 및 종류등에 대한 보고가 있었다.

본 연구에서는 이러한 결과를 토대로 수직 및 수평축의 2개축으로 구성되어 있는 위성추적용 안테나 구동용 직류 서보 모터의 구동기 설계방법 및 제동방식을 다룬다.

본 보고서는 제 2절에서 위성추적용 안테나 구동의 개요를, 제 3절에서 시스템 모델링과 전력변환기 설계기법 및 비교, 제동방법을, 제 4절에서는 마지막으로 결론을 다룬다.

제 2 절 추적용 안테나 구동시스템의 개요

위성 추적용 안테나 구동시스템의 구성은 그림 4-2-1의 형태를 갖는다. 그림 4-2-1의 개략도에서 동작을 간단히 설명을 하면 다음과 같다.

먼저 위치명령을 받아 실제안테나의 위치 및 속도를 감지하여, 이들의 오차를 검출하고 (Super-Visor), 이에 따르는 수직 및 수평축 명령을 발생시킨다. 이 신호를 받아 수직 및 수평축 제어기에서 제어 알고리즘에 따라 (Controller) 전력증폭기에 알맞은 신호를 내준다. 전력증폭기는 추적용 안테나에 부착되어 있는 수직 및 수평축 직류 모터를 구동한다.

구동된 안테나의 위치와 속도는 다시 위치 및 속도검출기에 의해 궤환되고 궤환된 신호와 지령명령은 다시 비교되면서 위의 과정을 반복한다.

이러한 방법을 통해 안테나 구동기는 지령명령에 따라 원하는 성능을 만족시킨다.

제 3 절 시스템모델 및 전력변환기

1. 직류서보 전동기의 수학적 모델

일반적인 DC servo-motor는 직권형과 타여자형이 있으며 직권형은 기동 토크(starting torque)가 크나 전류에 대해 출력 토크가 비선형적으로 변화하기 때문에 제어하기가 어려우므로 서보용으로는 주로 타여자형이 사용되고 있으며 작은 부피로 큰

토오크를 내기 위해 타여자형 중에서도 계자를 영구자석으로 한 PM DC 모터가 널리 쓰이고 있다. 타여자형은 그림 4-3-1 과 같이 표현할 수 있다. 여기서 i_f 로 표시되는 회전과 전류로 영구자석을 대치하였다.

이 모델에서 전압 방정식은

$$V_a = R_{ia} + L \frac{di_a}{dt} + V_b \dots\dots\dots (4-3-1)$$

$$V_b = K_a \phi \omega = K_b \omega \dots\dots\dots (4-3-2)$$

로 주어지며,

토오크 방정식은

$$T_m = T_f$$

$$T_g = T_R i_a$$

$$T_g = (J_m + J_L) \frac{d\omega}{dt} + D\omega + T_f + T_L \dots\dots\dots (4-3-3)$$

으로 주어진다.

여기서 V_a :모타입력 전압	T_m : 모타의 기계적 토오크
i_a :모타전기자 전류	ω : 모타의 회전속도
L :전기자 인덕턴스	T_f : 쿨롱 마찰
V_b :역기전력	T_g : 모터 전기적 토오크
K_b :전압상수	K_T : 토오크 상수
D :비스코스 프릭션 (Biscous Friction)	이다.

식 (4-3-1) ~ (4-3-3) 을 라플라스 변환을 통해 정리하면

$$V(s) = (SL_a + R) I_a(s) + K_b \omega$$

$$T_g(s) = K_T I_a(s)$$

$$T_g(s) = (J_m + J_L) S\omega(s) + D\omega(s) + T_f + T_L \dots\dots\dots (4-3-4)$$

로 된다.

이 식을 이용해 인가전압에 대한 속도의 비는

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{(SL_a + R)(SJ + D) + K_b K_T} \dots\dots\dots (4-3-5)$$

로 주어진다. 이 식을 정리하면 다음과 같이 쓸수 있다.

$$G_m(s) = \frac{K_T/L_a J}{(S + \frac{K_b K_T}{RJ})(S + \frac{R}{L_a})} = \frac{1/K_b}{(S\tau_m + 1)(S\tau_e + 1)} \dots\dots\dots (4-3-6)$$

$$\tau_m = \frac{RJ}{K_b K_T} \dots\dots\dots \text{기계적시정수}$$

$$\tau_e = \frac{L_a}{R} \dots\dots\dots \text{전기적시정수}$$

여기서 $\tau_m > 10 \tau_e$ 정도일때 기계적시정수를 무시하고 전동기를 1차로 모델할 때도 있다.

식 (4-3-6)에 의한 전동기의 등가 블록선도는 그림 4-3-2 를 표시된다.

또 위 블록선도에서 전기자 전류 $I_a(s)$ 를 구하면 다음과 같다

$$I_a(s) = \frac{SJ V_a(s) + K_b T_f}{S^2 J L + SJ R + K_b K_f} \dots\dots\dots (4-3-7)$$

히스테리시스 전류제어기를 사용할 경우 그 모델은 아래와 같이 구할 수 있다. 즉, 이 전류기는 전류명령과 전기자전류 차이에 의해 동작하므로

$$V(s) = [I_c(s) - I_a(s) K_r] N(e) \dots\dots\dots (4-3-8)$$

$N(e)$: 히스테리시스 함수

가 된다.

식 (4-3-8) 을 식 (4-3-7) 에 대입 하면

$$I_a(s) = \frac{S J N(e) I_c(s) + K_b T_F}{S^2 J L + S J [R + K_r N(e)] + K_b K_r} \dots\dots\dots (4-3-9)$$

가 되며 이때 $N(e)$ 가 무한히 크면

$$\lim_{N(e) \rightarrow \infty} I_a(s) = I_c(s) \frac{1}{K_r} \dots\dots\dots (4-3-10)$$

로 표시할 수 있다.

위의 식들이 나타내는 것을 블록선도로 그리면 그림 4-3-3 과 그림 4-3-4 로 표시된다.

이러한 전동기 모델을 사용하면 대부분의 시스템은

1. 속도제어계
2. 위치제어계
3. 토크제어계
4. 혼합제어계

로 나누어 진다.

2. 전력변환기의 종류와 특성비교

가. 전력변환기 종류

일반적으로 직류전동기를 구동하기 위한 전력변환기는 교류전원(AC)을 필요한 크기의 직류전원으로 직접 변환하는 위상제어형 변환기와 교류전원을 직류전원으로 변환한 뒤 필요한 크기로 분할해서 직류모터에 공급하는 직류쇼퍼로 분류된다. 이러한 변환기에 대해 다음에서 설명하기로 한다.

나. 위상제어형 전력변환기

위상제어형 전력변환기는 그 구조가 간단하고 효율이 높아 산업계에 널리 사용되고 있으나 제어범위가 좁다는 단점이 있다. 여기에는 단상형 및 삼상이 있으며 각각의 동작 범위에 따라 여러 형태로 분류되며 일반적으로 단상형에서 고조파 성분이 많다.

세미컨버터(Semi-converter)는 출력 전압 및 전류가 한 부호만을 갖고 있으며, 풀컨버터(Full-converter)는 전압은 양의 값과 음의 값을 가질 수 있으나, 전류는 한가지 부호만을 갖고 있다.

세미컨버터와 풀컨버터는 직류 서보전동기를 한 쪽 방향으로만 동작시킬 수 있다. 전동기를 양방향으로 구동시키기 위해서는 듀얼 컨버터(Dual-converter)가 필요하다.

풀컨버터와 듀얼 컨버터는 Regenerative 제동이 가능하며, 이때 전력의 흐름은 직류 전동기에서 전원 쪽으로 되어 구동 전력을 절약할 수 있다. 세미컨버터에서 전동기와 병렬로 된 다이오

우드는 free-wheeling diode이며 이 다이오드는 전동기의 인덕터에 축적된 에너지를 소모시키는 통로가 된다. 하프컨버터 (half converter)는 항상 불연속 동작을 하게 되어 전류의 맥동성분이 크다.

위상제어형 전력변환기에 있어서 이러한 전류의 흐름은 구동기의 성능에 커다란 영향을 주므로 이러한 변환기와 전동기의 결합에 있어서 전체적인 성능에 영향을 주는 변수 (parameter) 들을 정의할 필요가 있다.

1) 토오크-속도특성 : 토오크에 따른 전동기의 속도변화를 나타내는 것으로 speed regulation의 척도가 된다.

2) 전동기 전류특성 : 전동기 전류는 연속 또는 불연속이 될 수 있으며 이는 구동기의 동적응답에 큰 영향을 준다.

3) 평균회전자 전류 : 타여자 방식의 전동기에서 전기적 토오크는 이 전류값에 비례하고

$$I_a = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} i_a dt \text{ 로 정의된다.}$$

4. 회전자 실효전류 I_{ar} : 전동기의 회전자에서 발생하는 열은 이 전류에 의해 발생되며

$$I_{ar} = \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} i_a^2 dt \right)^{1/2} \text{ 로 정의된다.}$$

전력 변환기를 사용한 직류 서보모터의 구동에는 전력 변환기의 동작 방법에 따라 연속 및 불연속 동작을 하게 되는데 각

각의 경우에 대해 설명한다.

다. 연속동작구간

연속동작할때 세미컨버터와 풀컨버터의 스위치를 도통시키는 시간과 파형을 그림 4-3-6 과 그림 4-3-7 에 표시하였다.

그림 4-3-6 에서 볼 수 있듯이 $\alpha < \omega t < \pi$ 구간에서는 S_1 과 D_2 을 통해 전동기가 구동되며 이때 전동기에 인가된 전압은 교류전원의 전압과 같다. 그리고 $\pi < \omega t < \pi + \alpha$ 구간내에서는 D_{F0} 을 통해 전류는 흐르게 되며 이때 전동기의 인가 전압은 “ 0 ” 이 된다. 또한 $\pi + \alpha < \omega t < 2\pi$ 구간에서는 D_1 과 S_2 를 통해 전동기는 구동된다.

이상에서 보는 바와 같이 전류 및 전압은 한 방향으로만 인가되므로 세미컨버터의 경우 전동기를 정방향과 역방향으로 구동할 수 없다.

그림 4-3-7 은 풀컨버터의 경우로 전동기는 항상 전원에 연거된다. S_1 과 S_2 는 $\alpha < \omega t < \pi + \alpha$ 구간에서 도통하며, $\pi + \alpha = \omega t$ 의 순간에 S_2 와 S_4 를 도통시키면 S_1 과 S_3 는 단락된다. 그 후, $\pi + \alpha < \omega t < 2\pi + \alpha$ 까지 S_2 , S_4 가 도통된 상태를 유지한다. 그림 4-3-7(c)는 점호각이 90° 이상인 경우를 나타내는데, 평균 단자전압이 음이 된다. 이 경우 보통 전동기는 발전기로 동작해 전동기가 가지고 있는 운동에너지를 전원쪽으로 되돌려 준다

4.3.1. 절에서 유도한 토오크-속도 특성을 이용해, 세미컨버터와 풀컨버터의 경우 속도와 토오크 및 점호각과의 관계를 살펴보면, 세

미컨버터의 경우

$$e_a = v = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_g \quad \alpha < \omega t < \pi \quad \cdots \cdots (4-3-11)$$

$$e = 0 = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_g \quad \pi < \omega t < \pi + \alpha \quad \cdots \cdots (4-3-12)$$

풀컨버터의 경우

$$e_a = v = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_g \quad \cdots \cdots (4-3-13)$$

으로 표시되며, $v = 2V \sin(\theta)$ 로 두며, 평균 단자전압은 세미컨버터의 경우

$$E_a = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2} V \sin(\theta) d\theta = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} (1 + \cos(\alpha)) \quad \cdots \cdots (4-3-14)$$

풀컨버터의 경우

$$E_a = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2} V \sin(\theta) d\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos(\alpha) \quad \cdots \cdots (4-3-15)$$

가 되므로 세미컨버터는

$$N = \frac{(\sqrt{2}V/\pi)(1 + \cos(\alpha))}{K_a \Phi} - \frac{R_a}{(K_a \Phi)^2} T \quad \cdots \cdots (4-3-16)$$

풀컨버터의 경우는

$$N = \frac{2\sqrt{2}\cos(\alpha)}{\pi K_a \Phi} - \frac{R_a}{(K_a \Phi)^2} T \quad \cdots \cdots (4-3-17)$$

가 된다.

식 (4-3-16) 와 (4-3-17)에서 첫번째 항은 무부하에서 이론적 속도이며 두번째 항은 토오크 T에 의한 속도의 감소분이 된다.

식 (4-3-16) 와 (4-3-17)에서 알 수 있는 바와 같이 점호각 α 에 따라 무부하시 속도가 변하게 된다. 점호각 α 에 따르는 출력전압과 회전속도 및 토오크 특성을 그림 4-3-8 과 그림 4-3-9에 도시 하였다.

라. 불연속동작 구간

만약 점화각 α 가 커지면 전동기 구동시스템은 불연속 동작을 하게 되며 이때 전동기의 출력 토오크에 맥동이 발생하고 속도는 이에 따라 크게 변화하게 된다. 이는 평균전류 값에 대한 최대 전류 (I_{peak}/I_a) 값이 커지게 되는 결과이며 동적특성이 나빠진다. 심할 경우 안테나 구동시스템의 운동 자체가 불연속적으로 되며 저속에서 심각한 문제를 발생시킨다. 세미컨버터와 풀컨버터의 경우 불연속동작시 출력 파형은 그림 4-3-10 과 4-3-11에 표시된다.

3. 직류췌퍼 (DC chopper)

직류 췌퍼는 직류를 직류로 변환하는 장치이다. 이러한 전력 변환기의 장점으로는 제어하기가 용이하고, 효율이 높으며, 응답속도가 빠르고, 전력의 흐름을 역전시킬 수 있다.

DC 췌퍼의 동작원리는 직류 전원을 부하측에 단락 및 도통시간을 조절하여 부하측에 전달되는 전력을 제어한다. 그 구조를 간단하게 살펴 보면 그림 4-3-11 과 그림 4-3-12에서 췌퍼가 도통한 시간 (t_{ON}) 동안 전원이 부하에 연결되고 t_{OFF} 구간동안 부하전류는 다이오우드 D_{FW} 를 통해 흐른다. 그러므로 평균 부하전압 E_0 는

$$E_0 = E \frac{t_{ON}}{t_{ON} + t_{OFF}} = E \frac{t_{ON}}{T} = \alpha E \dots\dots\dots (4-3-18)$$

로 된다.(단 $T = t_{ON} + t_{OFF}$ = 췌핑 주기, α 듀티비)

즉 부하전압은 췌퍼의 듀티 싸이클(duty cycle)에 의해 제어가 된다. 듀티를 조절하는 방식은 펄스폭변조방식(PWM)과 주파수변조방식(FM)이 있다. 펄스폭변조방식은 췌핑 주파수는 일정하게 두고 도통시간을 조절하는 방식이며, 주파수변조방식은 도통시간 또는

단락시간을 일정하게 두고 주파수를 변화시키는 방식으로 펄스폭변조방식에 비해 동작 주파수를 변형해 출력전압을 조절하므로 출력여파기 설계가 곤란하며 낮은 출력전압시 불연속적인 전류를 발생시킬 수 있어 펄스폭변조방식이 널리 사용되고 있다. 각각의 방식은 그림 4-3-13에 나타내었다.

쇼퍼의 형태는 그림 4-3-14와 같이 여러가지 형태로 분류할 수 있다.

여기서 4상한 동작이 가능한 H형 DC 쇼퍼에 관해 자세하게 다룬다. 이는 위성 추적안테나 구동시스템과 같은 대용량 서보시스템에 가장 적절하고 반도체 소자의 대량보급으로 인한 저가격화를 이룰 수 있기 때문이다. 구동 모터의 속도 및 위치 제어는 PWM 전력증폭기의 스위칭 소자인 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 를 적절히 ON, OFF시켜 구동용 전동기에 인가되는 전압의 양을 조절하므로써 실현된다. H형 직류 쇼퍼에서 스위칭 소자와 역병렬로 연결된 다이오드(Diode)는 유도성 부하시 전류 궤환회로를 형성한다. 또 전동기의 제동을 시킬 목적으로 T_5 와 같이 회로를 형성, 전동기의 운동에너지를 제동저항을 통해 소모시켜 구동 모터가 빨리 제동되게 한다. 이를 전기적 브레이킹(Electric Braking)이라 부른다. PWM 전력 증폭기의 동작을 살펴보면 T_1 과 T_4 가 ON하면 전동기는 정방향으로 회전하게 되고 T_2 와 T_3 가 ON되면 전동기는 역방향으로 회전하게 된다.(그림 4-3-15 참조). 구동모터는 인가되는 직류전압에 따라 회전하게 되는데 PWM 전력증폭기로 실제 구동할 경우 전동기에는 직류 성분뿐 아니라 교류성분도 존재하게 된다.

직류성분(I_a)은 실제 구동모터의 토크 발생에 기여하지만 교류성분은 전동기의 진동, 잡음 및 발열등의 손실로 작용하므로 전동기 구동에 악영향을 미친다. 이러한 교류성분은 주파수에 따라서 전동기에 끼치는 영향이 변하는데 주파수가 높을수록 영향이 감소한다.

그러나 스위칭 주파수가 높을수록 시스템의 특성이 우수하지만 전력용 소자 특성으로 인해 스위칭 주파수를 무한정 높일 수 없을 뿐 아니라 주파수를 높임에 따라 스위칭 손실이 증가하기 때문 제한을 받는다. PWM 전력증폭기는 Bipolar형 Unipolar형 Limited Unipolar형 등 3가지 형태가 있다. 이중 가장 기본적인 형태가 Bipolar형 PWM 전력증폭기이다. 스위칭주파수를 f_s 라하고 주기를 $T_s (= 1/f_s)$ 라 할때 ON 구간은 $t = 0$ 에서 $t = t_1$ 까지이고 OFF 구간은 $t = t_1$ 에서 $t = T_s$ 까지가 된다.

Bipolar형 PWM은 ON구간동안 T_1 과 T_4 을 OFF 구간동안 T_2 와 T_3 을 ON시킨다. 이때 전동기에 인가되는 전압은

$$V_m = V_{AB} = \begin{cases} V_s & 0 \leq t < t_1 \\ -V_s & t_1 < t < T_s \end{cases} \dots\dots\dots (4-3-19)$$

로 된다.

Unipolar형은 전력용소자의 스위칭 속도(f_s)를 작게하며 스위칭순서는 입력전압의 부호에 관계된다. 입력전압(V_{in})이 양일때 T_4 는 전구간 동안 ON 상태를 유지하며 T_1 이 ON 구간동안 스위칭을 한다.

입력전압이 음일때는 T_2 는 항상 ON 상태를 유지하며 T_3 가 ON 상태와 OFF 상태를 유지한다.

이때 전동기의 입력전압은

$$V_m = \begin{cases} V_s & 0 \leq t < t_1 \\ 0 & t_1 \leq t < T_s \end{cases} \dots\dots\dots (4-3-20)$$

이상의 두형은 T_1 과 T_2 나 T_3 와 T_4 중 하나를 반드시 다른쪽이 ON일때 단락시켜야 한다. 스위칭 소자의 OFF 구간으로 인해 전원과 단락 회로를 형성할 수 있다. 전원 단락을 방지하기 위해 두 구간 사이에 지연시간이 필요하며 이는 스위칭 소자의 OFF 시간보다 커야한다. Limited Unipolar PWM 전력증폭기는 이러한 지연시간을 제거할 수 있으며 스위칭형태는 T_1 과 T_4 를 동시에 도통시키고 OFF 구간에서는 동시에 OFF시킨다.

$$V_m = V_s, \quad 0 \leq t < t_1$$

$$V_m = V_{AB} = 0, \quad \begin{cases} t_1 < t < T_s \\ I_{AB} > 0 \end{cases}$$

이상에서 설명한 여러 형태의 동작형태는 표 4.1 에 나타내었으며 각 운전형태에서의 파형은 그림 4-3-16, 4-3-17, 4-3-18 에 명시되었다.

이들 중 고조파성분이 가장 작은 형태는 Unipolar 형이며 Bipolar 형이 스위칭 손실이 가장 크다.

각 형에 있어서 전류 및 고조파 성분을 분석하면 다음과 같다.

A) Bipolar PWM 전력증폭기

먼저 입력전압 V_{in} 이 천천히 변화한다고 가정하고 스위칭구간동안에는 변화가 없다고 생각하면 입력전압의 부하상수(ρ)는

Table I. The Operation Modes of PWM Amplifiers.

Operation Mode and Input Voltage V_{in}	Transistors Condition and Motor Voltage	
	"On" Phase	"Off" Phase
Bipolar mode	T_1, T_4 on T_2, T_3 off $V_m = V_s$	T_2, T_3 on T_1, T_4 off $V_m = -V_s$
Unipolar $V_{in} > 0$	T_1, T_4 on T_2, T_3 off $V_m = V_s$	T_4 on T_2, T_1, T_3 off $V_m = 0$
Unipolar $V_{in} < 0$	T_2, T_3 on T_1, T_4 off $V_m = -V_s$	T_2 on T_4, T_1, T_3 off $V_m = 0$
Limited unipolar $V_{in} > 0$	T_1, T_4 on T_2, T_3 off $V_m = V_s$	T_4 on T_1, T_2, T_3 off $V_m = 0$ if $I_{AB} > 0$ $V_m = V_s$ if $I_{AB} < 0$ $0 < V_m < V_s$ if $I_{AB} = 0$
Limited unipolar $V_{in} < 0$	T_2, T_3 on T_1, T_4 off $V_m = -V_s$	T_2 on T_1, T_3, T_4 off $V_m = 0$ if $I_{AB} < 0$ $V_m = -V_s$ if $I_{AB} > 0$ $-V_s < V_m < 0$ if $I_{AB} = 0$

$$\rho = \frac{V_{in}}{V_{max}}, \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad \dots\dots\dots (4-3-21)$$

로 주어진다.

도통 구간동안 (t_1) 은 $\rho = 1$, $t_1 = T_s$ 로 주어진다. $\rho = -1$ 일때는 $t_1 = 0$ 으로 주어지며 음의전압이 전동기에 인가된다.

이상의 결과를 이용하면, ρ 와 t_1 과의 관계식은 다음과 같다.

$$t_1 = \frac{1 + \rho}{2} t_f \quad \dots\dots\dots (4-3-22)$$

자연시간을 무시하면 전동기 입력전압과 전류는 그림 4-3-19와 같으며 전동기의 입력전압은

$$V_m = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_s t + \phi_n) \quad \dots\dots\dots (4-3-23)$$

$$a_0 = \rho V_s = \frac{V_s V_{in}}{V_{max}}$$

$$a_n = \frac{4 V_s}{n\pi} \sin \frac{n\pi(1+\rho)}{2}$$

로 주어진다.

ρV_s 항은 전력증폭기의 스위칭속도가 전동기의 특성에 의해 대부분 감소되므로 중요하며 전원의 변화되는 양을 고려한 항이다.

PWM 증폭기는 그림 4-3-20 과 같이 표시할 수 있으며, 여기서

$$V_v = \frac{V_m}{V_{in}} = \frac{V_s}{V_{max}} \text{ 가 된다.}$$

전동기의 전류를 해석하기 위해 전동기 전압방정식을 이용하면

$$V_m = L \frac{di_a}{dt} + RI + K_b \omega \quad \dots\dots\dots (4-3-24)$$

식 (4-3-24)의 해는 지수함수형태로 주어지나 스위칭 기간동안 ω 가 일정하고 IR의 변화가 적다고 가정하면

$$I_a = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} I(t) dt$$

$$V_a = R I_a + K_b \omega \dots\dots\dots (4-3-25)$$

로 주어진다.

이때 식 (4-3-24)은

$$L \frac{dI}{dt} = V_m - V_a \dots\dots\dots (4-3-26)$$

로 표시되며 Bipolar PWM의 경우

(4-3-26) 식은

$$L \frac{dI}{dt} = V_s - V_a, \quad 0 \leq t < t_1 \dots\dots\dots (4-3-27)$$

$$L \frac{dI}{dt} = -V_s - V_a, \quad t_1 \leq t < T_f$$

으로 되고 그 해는

$$I(t) = I(0) + \frac{V_s - V_a}{L} t, \quad 0 \leq t < t_1 \dots\dots (4-3-28)$$

$$I(t) = I(t_1) - \frac{V_s + V_a}{L} (t - t_1), \quad t_1 \leq t < T_f$$

와 같다.

정상상태에서

$$I(T_f) = I(0) \text{ 이므로}$$

$$\frac{V_s - V_a}{L} t_1 - \frac{V_s + V_a}{L} (T_f - t_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (4-3-29)$$

로 된다.

이들 식을 결합하면 전류 변화폭 (ΔI) 은 식 (4-3-30)로 나타난다.

$$\Delta I = I(t_1) - I(0) = \frac{V_s T_f}{2L} (1 - \rho^2) \quad \dots\dots\dots (4-3-30)$$

윗 식에서 알 수 있는 바와 같이 전류변화 폭은 전동기 특성과 관계가 있다.

B) Unipolar PWM 전력증폭기

Unipolar 형 전력증폭기의 경우 t_1 과 ρ 의 관계식은 $t_1 = |\rho| t_f$ 로 주어지며, 스위칭형태는 2 가지로 나눌 수 있다.

Case 1 : ($V_{in} > 0$)

$$\left[\begin{array}{l} T_4 : \text{항상 ON} \\ T_1 : \text{ON, } 0 \leq t < t_1 \\ D_2 : \text{ON, } t_1 \leq t < T_f \end{array} \right.$$

Case 2 : ($V_{in} < 0$)

$$\left[\begin{array}{l} T_2 : \text{항상 ON} \\ T_3 : \text{ON, } 0 \leq t < t_1 \\ D_4 : \text{ON, } t_1 \leq t < T_f \end{array} \right.$$

이들로부터 전류 및 전압파형은 그림 4-3-21 과 같이 된다.

전동기에 인가되는 전압은

$$V_m = \begin{cases} V_s & 0 \leq t < t_1 \text{ and } V_{in} > 0 \\ -V_s & 0 \leq t < t_1 \text{ and } V_{in} < 0 \\ 0 & t_1 < t < T_f \end{cases}$$

로 표시되며 이때 고조파를 포함한 식은

$$V_m = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_s t + \phi_n)$$

$$a_0 = \rho V_s$$

$$a_n = \frac{2V_s}{n\pi} \sin \pi |\rho| \dots\dots\dots (4-3-31)$$

로 표시된다. 전류는 입력전압이 양일때는

$$I(t) = \begin{cases} I(0) + \frac{V_s - V_a}{L} t, \text{ for } \rho > 0, 0 \leq t < t_1 \\ I(t_1) + \frac{V_a}{L} (t_1 - t), \text{ for } \rho > 0, t_1 \leq t < T_f \end{cases}$$

그리고 입력전압이 음일때는

$$I(t) = \begin{cases} I(0) = \frac{V_s + V_a}{L} t, \text{ for } \rho < 0 \quad 0 \leq t < t_1 \\ I(t_1) - \frac{V_a}{L} (t - t_1), \text{ for } \rho < 0 \quad t_1 \leq t < T_f \end{cases} \dots\dots\dots (4-3-32)$$

이 되며 그림 4-3-21 에 표시한 것과 같다.

또 Bipolar 경우와 같은 순서로 전류변화를 계산해 보면

$$\Delta I = |I(t_1) - I(0)| = \frac{V_s T_f}{L} (|\rho| - \rho^2) \dots\dots\dots (4-3-33)$$

가 된다. Limited Unipolar 경우 동작은 Unipolar 경우와 유사하고, 각 경우 전류가 연속 또는 불연속구간이 있으며 ρ 의 변화에 대한 구간은 그림 4-3-22 와 같다. 이 그림은 두 구간에서 속도 - 토오크 곡선이 되며 I영역은 연속이며 II영역은 불연속 구간이다.

4. 제동방법

제동 방법에는 발전제동 (Dynamic Braking) 과 회생제동 (Regenerative Braking) 및 plugging이 있다.

A) 발전제동

발전제동시 전동기는 발전기 동작을 하며 이때 전동기의 운동에너지는 전기에너지로 변환되어 외부에 연결된 저항에서 열로 소모된다. 이 경우에는 에너지가 전원쪽으로 되돌아 가지 못하기 때문에 발열문제 및 제동속도를 고려해 저항을 선정해야 한다.

소모되는 전력은 다음과 같이 표현되고

$$P = \frac{E^2}{(R_A + R_B)} \dots\dots\dots (4-3-34)$$

제동 토오크는

$$T_B = \frac{(K_E \phi)^2 60}{(R_A + R_B) 2 \pi} n [N-m] \dots\dots\dots (4-3-35)$$

로 표시되며 전압과 전류 및 그에 따르는 제동토오크가 그림 4-3-24 에 나타나 있다. 여기서 R_A 는 전기자 저항이고 R_B 는 제동 저항을 나타낸다.

B) 회생 제동 (Regenerative Braking)

회생 제동시 전동기의 운동에너지는 전원쪽으로 되돌아 간다. 이러한 제동방식은 빈번한 정지 및 운전을 할 경우 에너지를 절약할 수 있으나 전력변환기가 전력을 역방향으로 전환시킬 수 있어야 하며 따라서 제어가 용이하지 않다. 이때 사용되는 방정식은 $V = K_L n\phi + \Delta e_B + I_A R_A$ 로 주어지며 속도 및 자속에 대한 관계가 그림 4-3-25 에 나타나 있다.

제 4 절 결 론

본 연구에서는 위성추적용 안테나 구동시스템의 전반적인 특성 및 제어알고리즘의 실현을 위한 시스템의 수학적 모델과 이와 결부된 전력증폭기의 설계기법 및 고조파 영향등을 다루었고, 제동 방식에 따르는 제동토크 및 제동속도를 취급했다. 또 제어 알고리즘을 이용하여 수평축과 수직축에 대한 구동제어시스템의 전력변환기를 분석하였다. 이러한 연구결과로 안테나를 비롯한 대형 2 축 구조물에서 구동장치의 설계 및 제어기법 기술을 습득할 수 있었으며 추적용 시스템의 국산화와 기존시스템 운전 및 유지보수에 큰 도움이 될 수 있을 것으로 기대된다.

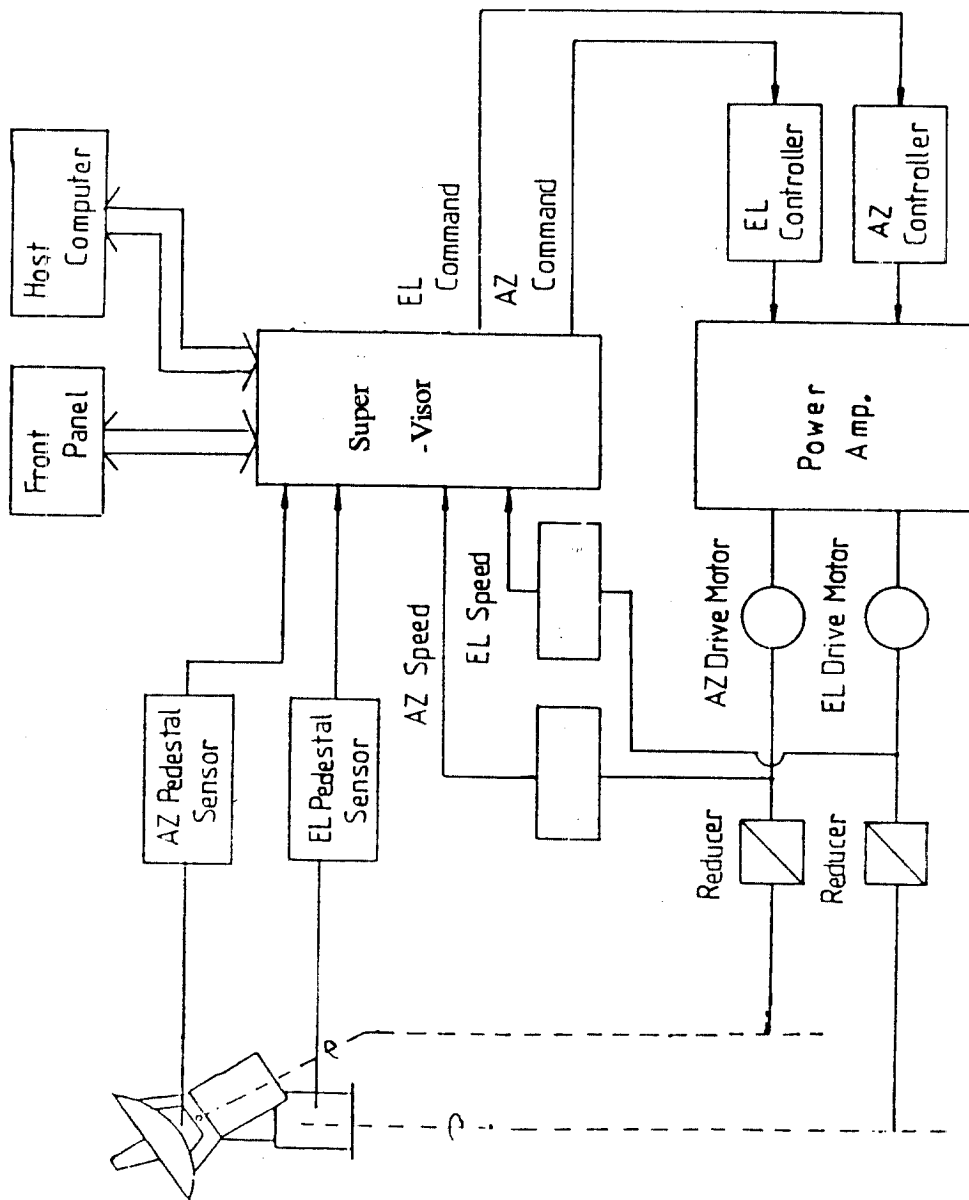


그림 4-2-1 위성 추적 안테나 시스템의 구성도

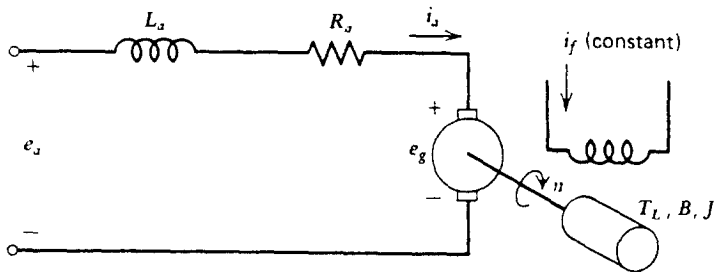


그림 4-3-1 직류전동기 모델

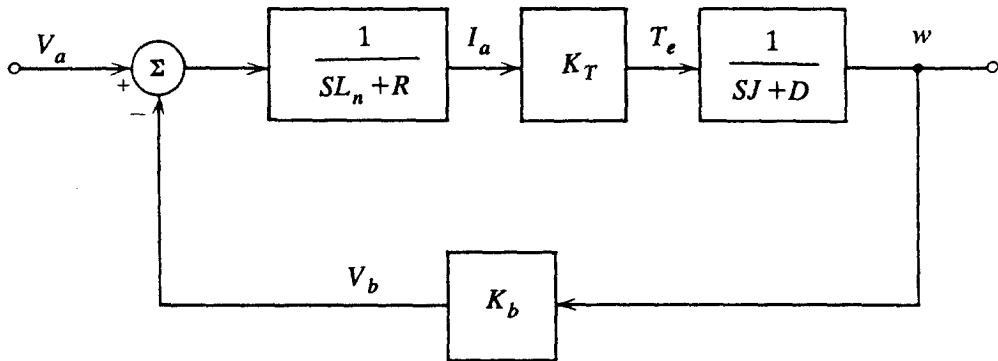


그림 4-3-2 전동기 동가 블록선도

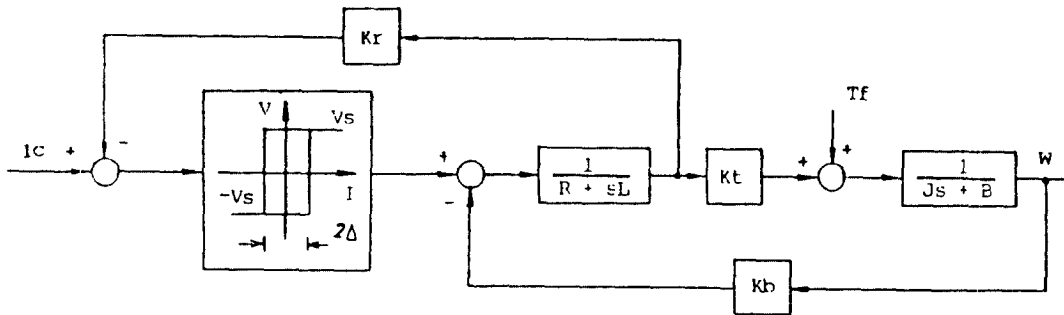


그림 4-3-3 전류 제어를 포함한 직류 전동기의 블록 선도

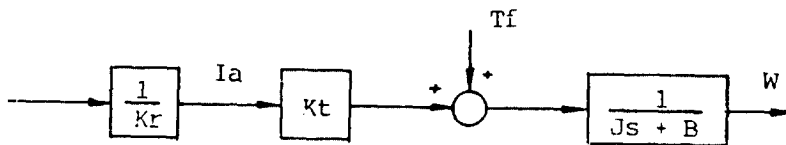


그림 4-3-4 간략화된 블록 선도

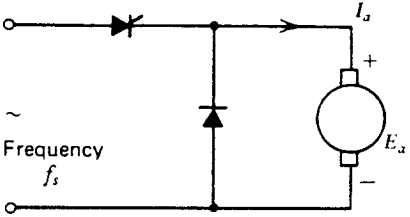
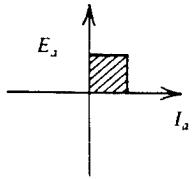
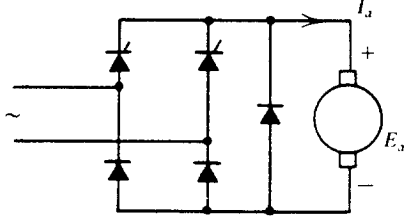
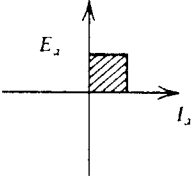
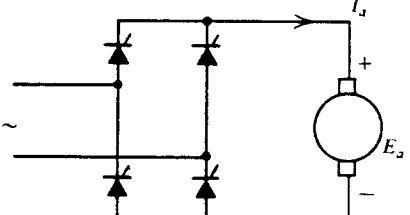
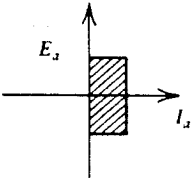
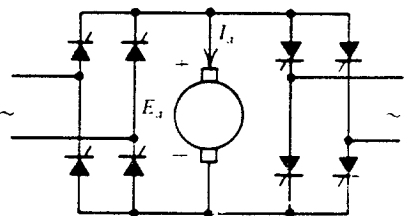
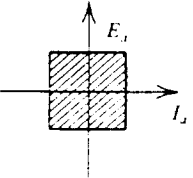
Circuit	Type	Typical hp	Ripple frequency	Quadrant operation
	Half-wave	Below $\frac{1}{2}$ hp	f_s	
	Semi-converter	Up to 20 hp (100 hp in traction systems)	$2f_s$	
	Full-converter	Up to 20 hp (100 hp in traction systems)	$2f_s$	
	Dual-converter	Up to 20 hp	$2f_s$	

그림 4-3-5 단상위상제어형 전력변환기의 종류

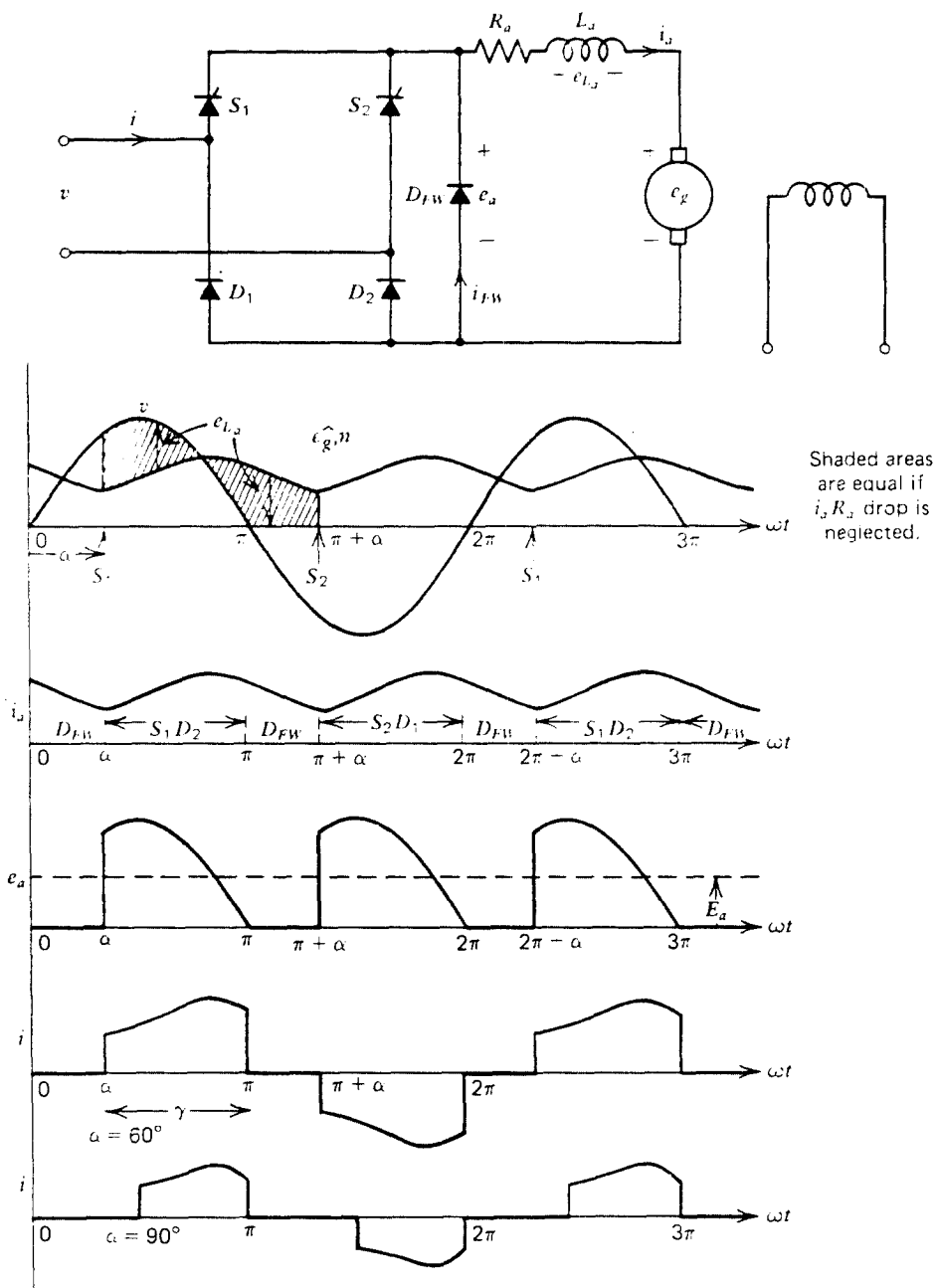


그림 4-3-6 단상 제어 컨버터와 출력파형

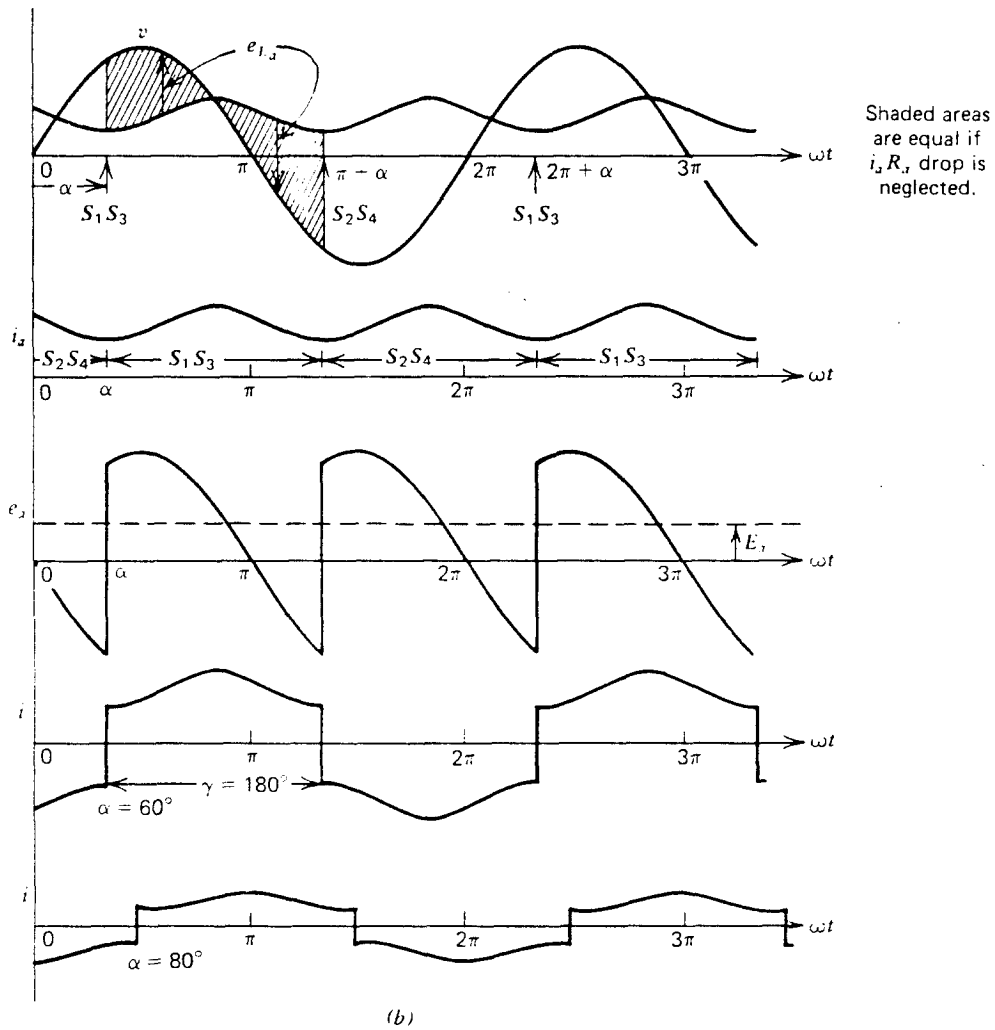
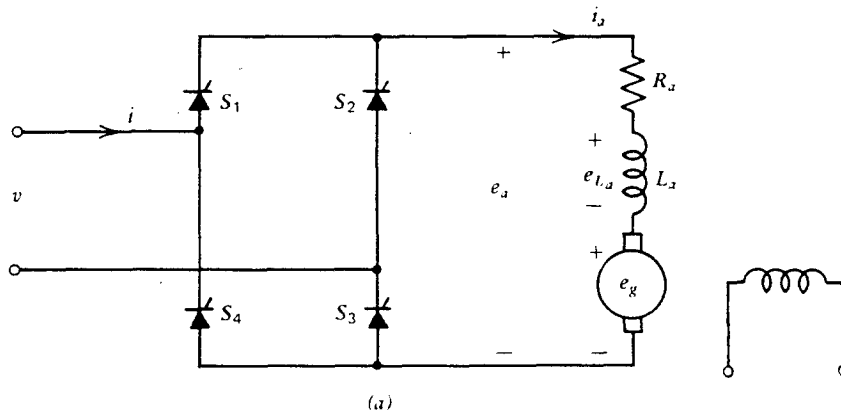
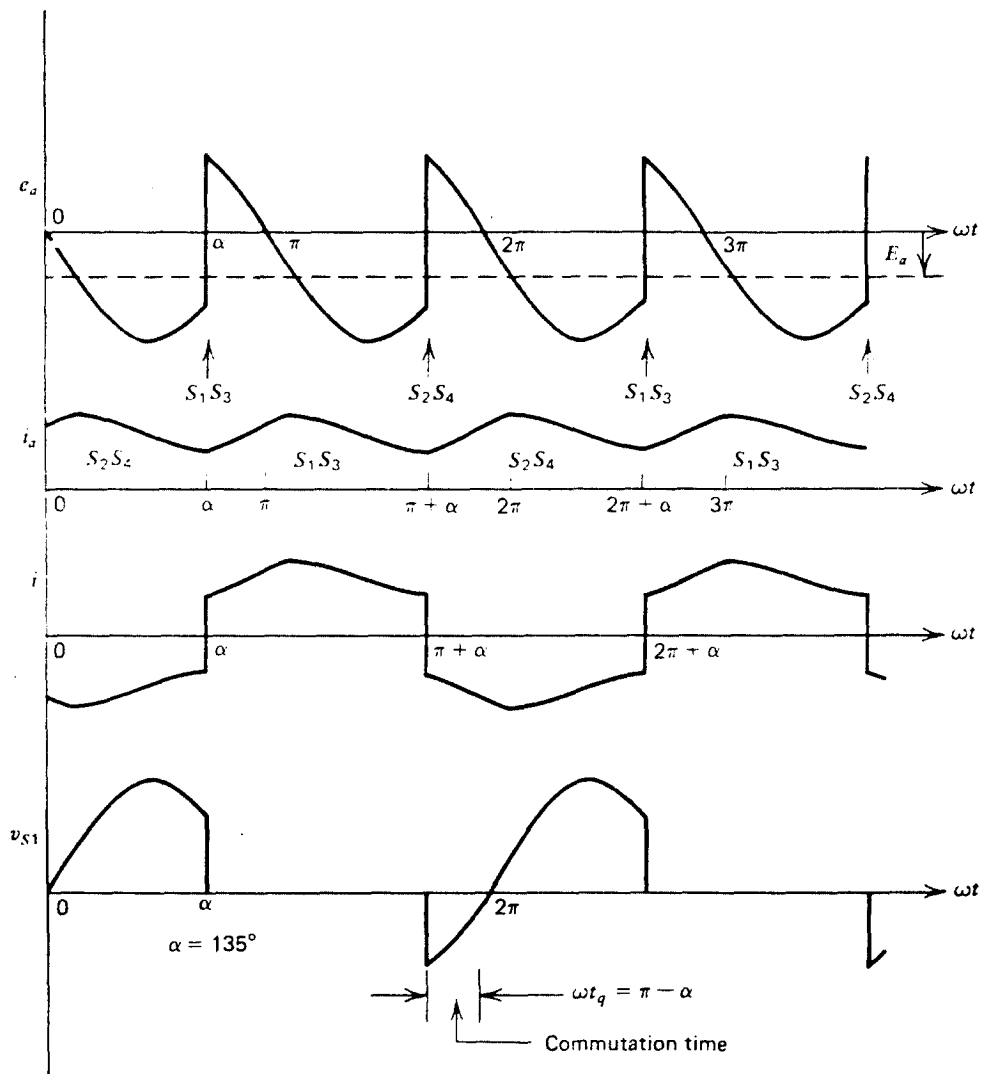


그림 4-3-7 풀컨버터의 동작과 출력파형



(c)

(Continued)

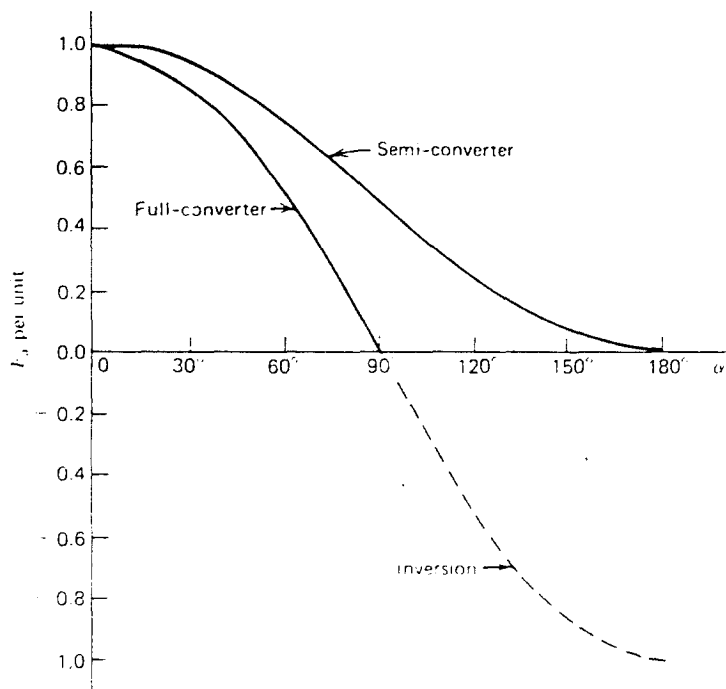


그림 4-3-8 점호각에 따른 출력

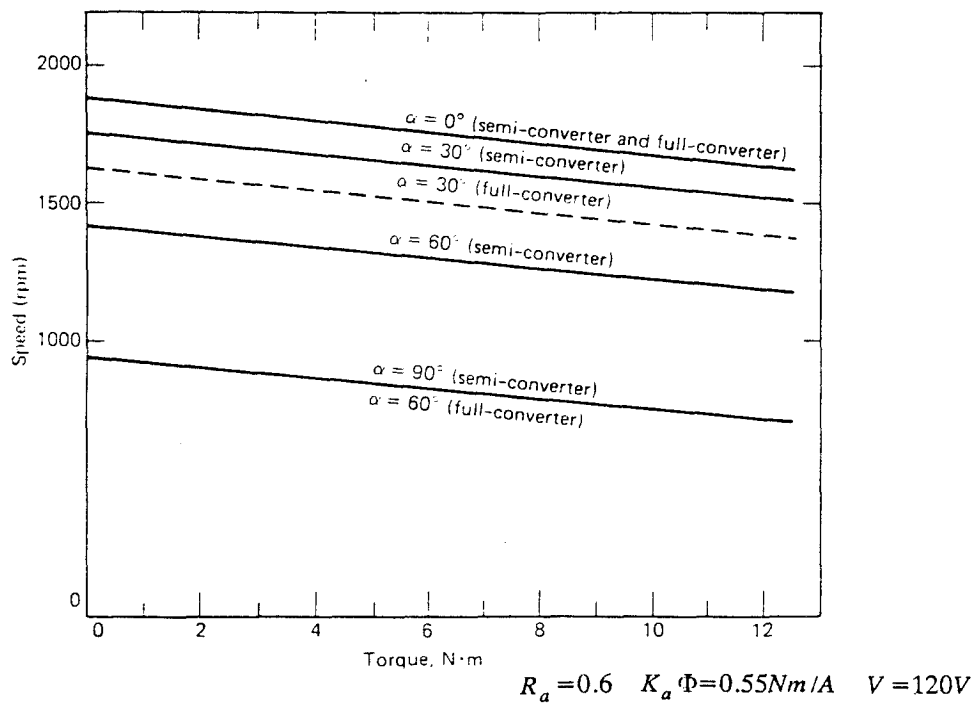


그림 4-3-9 속도 - 토오크 특성

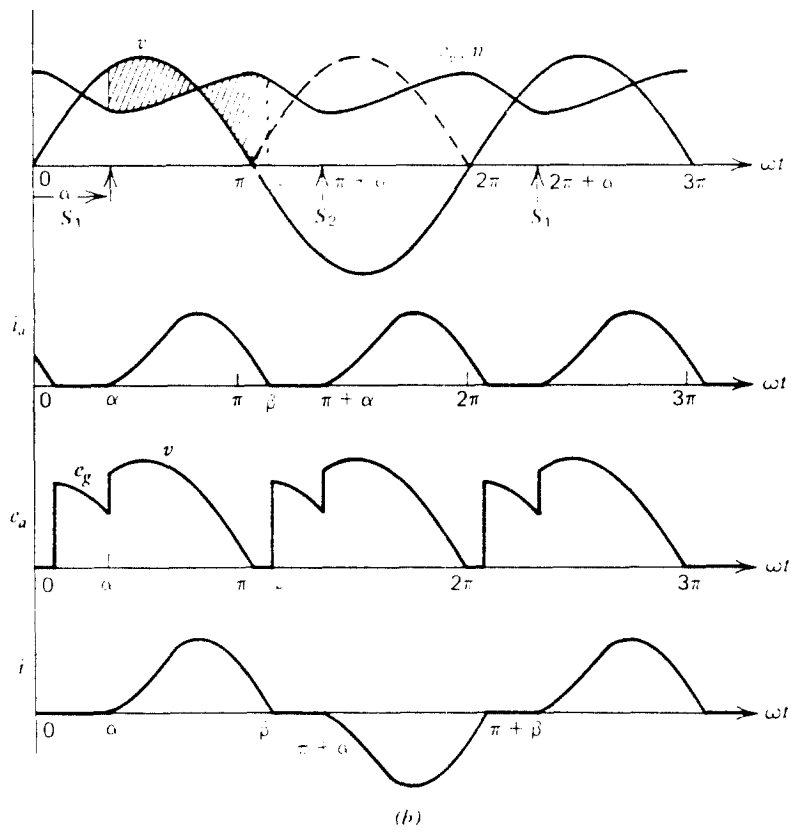
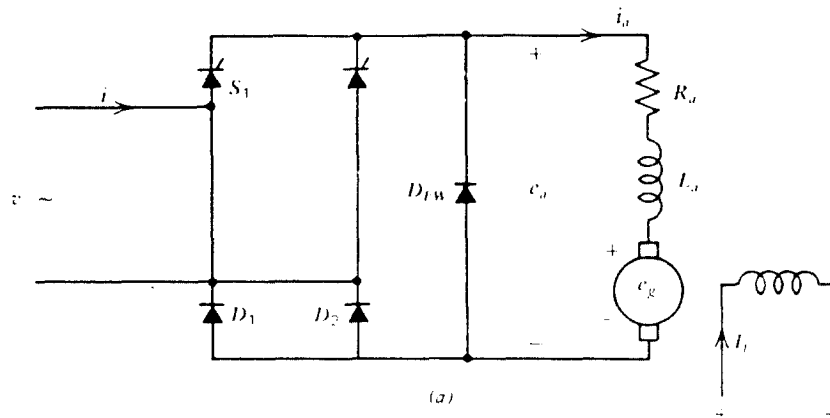


그림 4-3-10 단상위상제어 전력증폭기의 출력파형

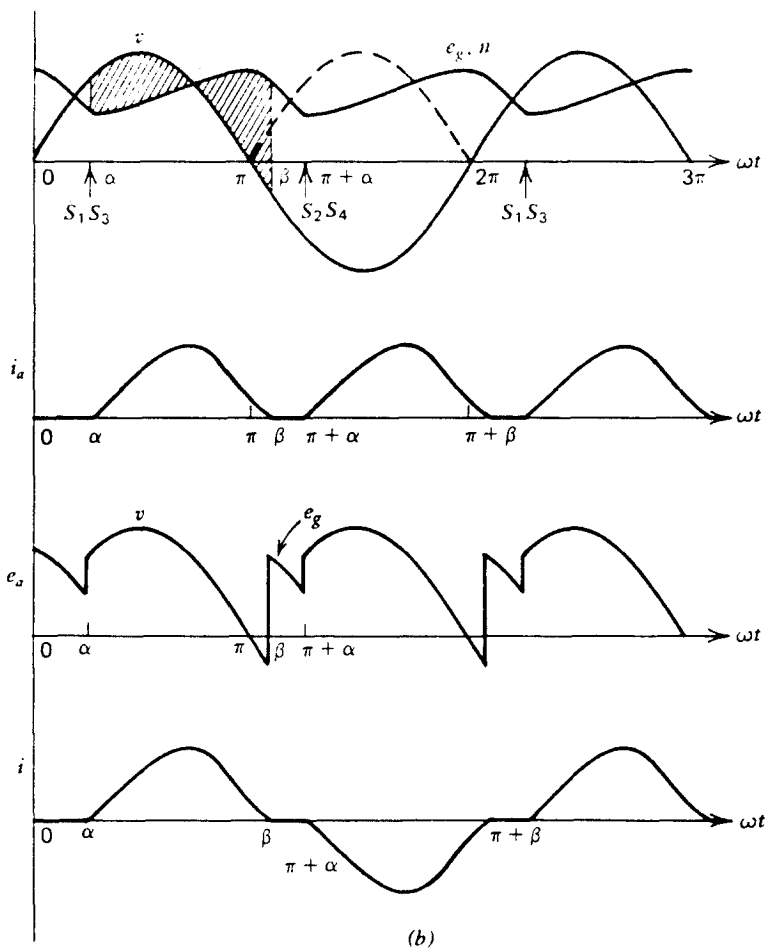
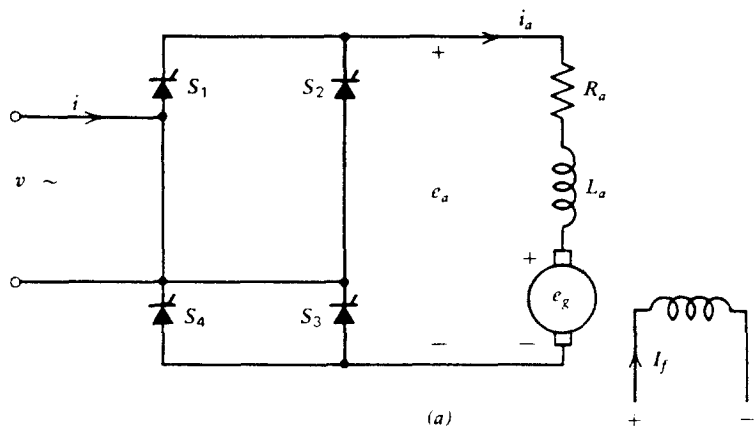


그림 4-3-11 풀컨버터의 출력파형

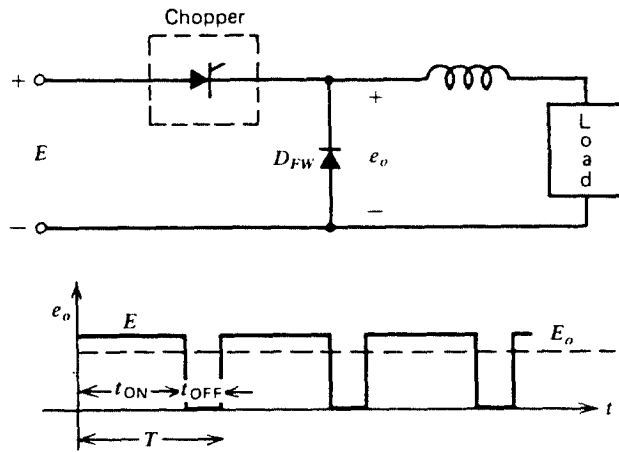


그림 4-3-12 초퍼의 동작원리

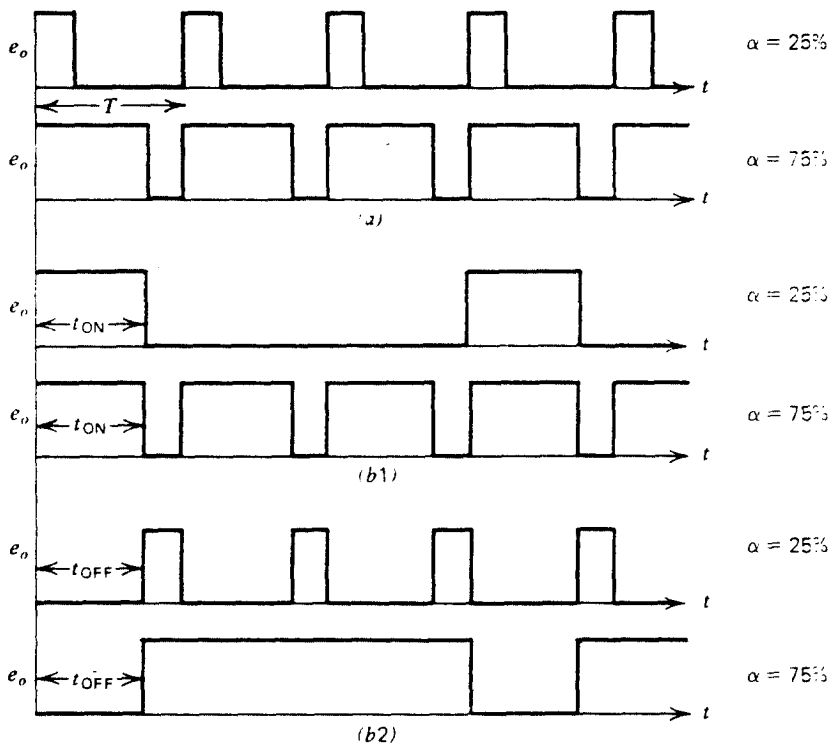


그림 4-3-13 출력 전압 파형

a) 펄스폭 변조방식 b) 주파수 변조방식 (1) t_{ON} :일정 (2) t_{OFF} :일정

Type	Chopper configuration	$E_o - I_o$ characteristics	Function
First-quadrant chopper			$e_o = E, CH1 \text{ on}$ $= 0, CH1 \text{ off}$ $D_1 \text{ on}$
Second-quadrant or regenerative chopper			$e_o = 0, CH2 \text{ on}$ $= E, CH2 \text{ off}$ $D_2 \text{ on}$
Two-quadrant type A chopper			$e_o = E, CH1 \text{ or } D_2 \text{ on}$ $= 0, CH2 \text{ or } D_1 \text{ on}$ $i_o = \text{Positive}$ $CH1 \text{ or } D_1 \text{ on}$ $= \text{Negative}$ $CH2 \text{ or } D_2 \text{ on}$
Two-quadrant type B chopper			$e_o = -E, CH1 \text{ \& } CH2 \text{ on}$ $e_o = -E, CH1 \text{ \& } CH2 \text{ off}$ $D_1 \text{ \& } D_2 \text{ on}$
Four-quadrant chopper			$CH4 \text{ on \& } CH3 \text{ off}$ $CH1 \text{ \& } CH2 \text{ Operated}$ $E_o = \text{Positive}$ $I_o = \text{Reversible}$ $CH2 \text{ on \& } CH1 \text{ off}$ $CH3 \text{ \& } CH4 \text{ operated}$ $E_o = \text{Negative}$ $I_o = \text{Reversible}$

그림 4-3-14 초퍼의 종류

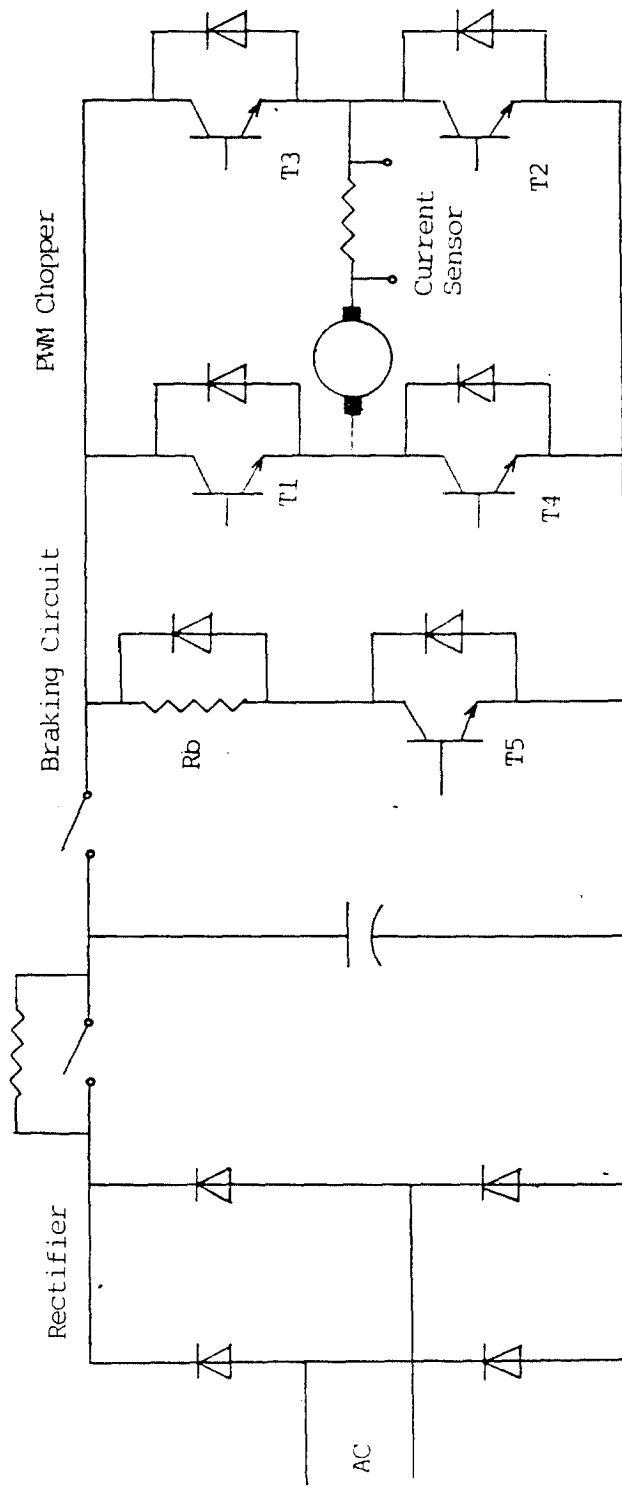


그림 4-3-15 PWM 전력 증폭기의 기본 회로

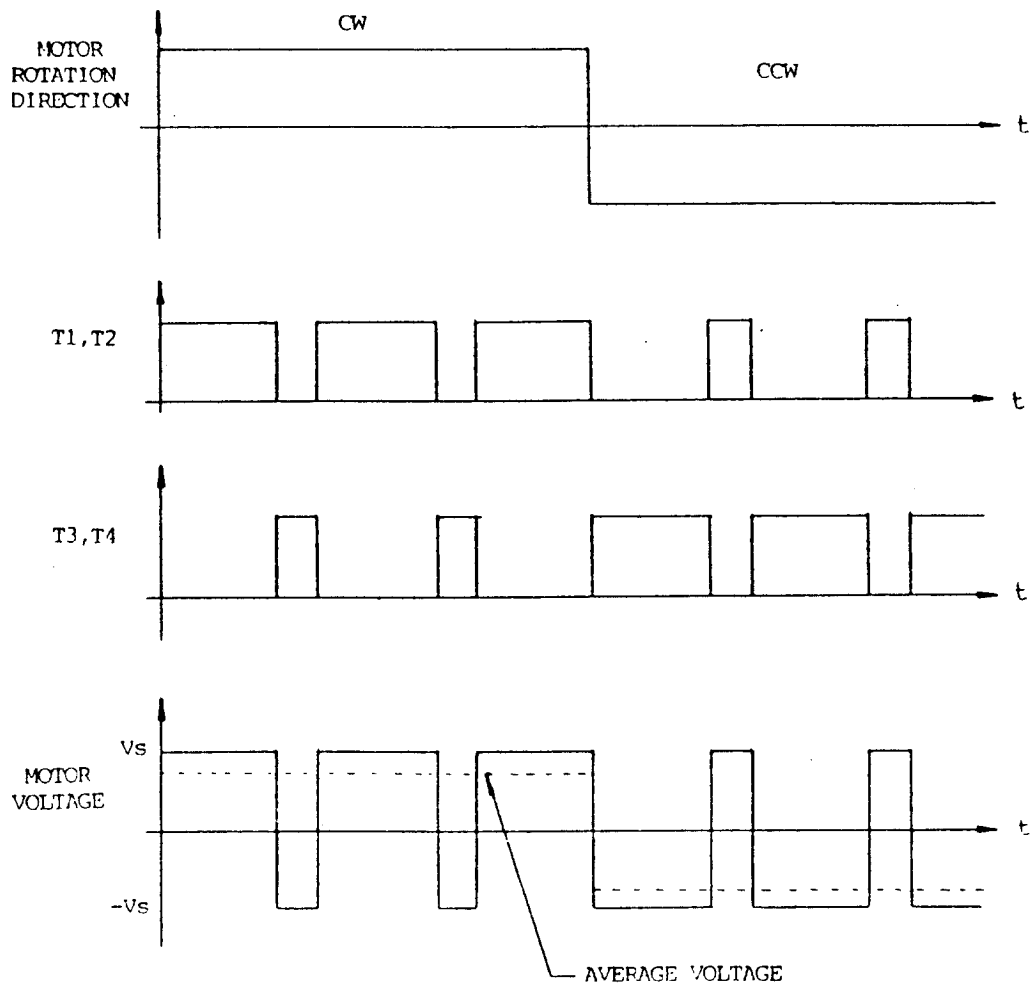


그림 4-3-16 Bipolar 모드

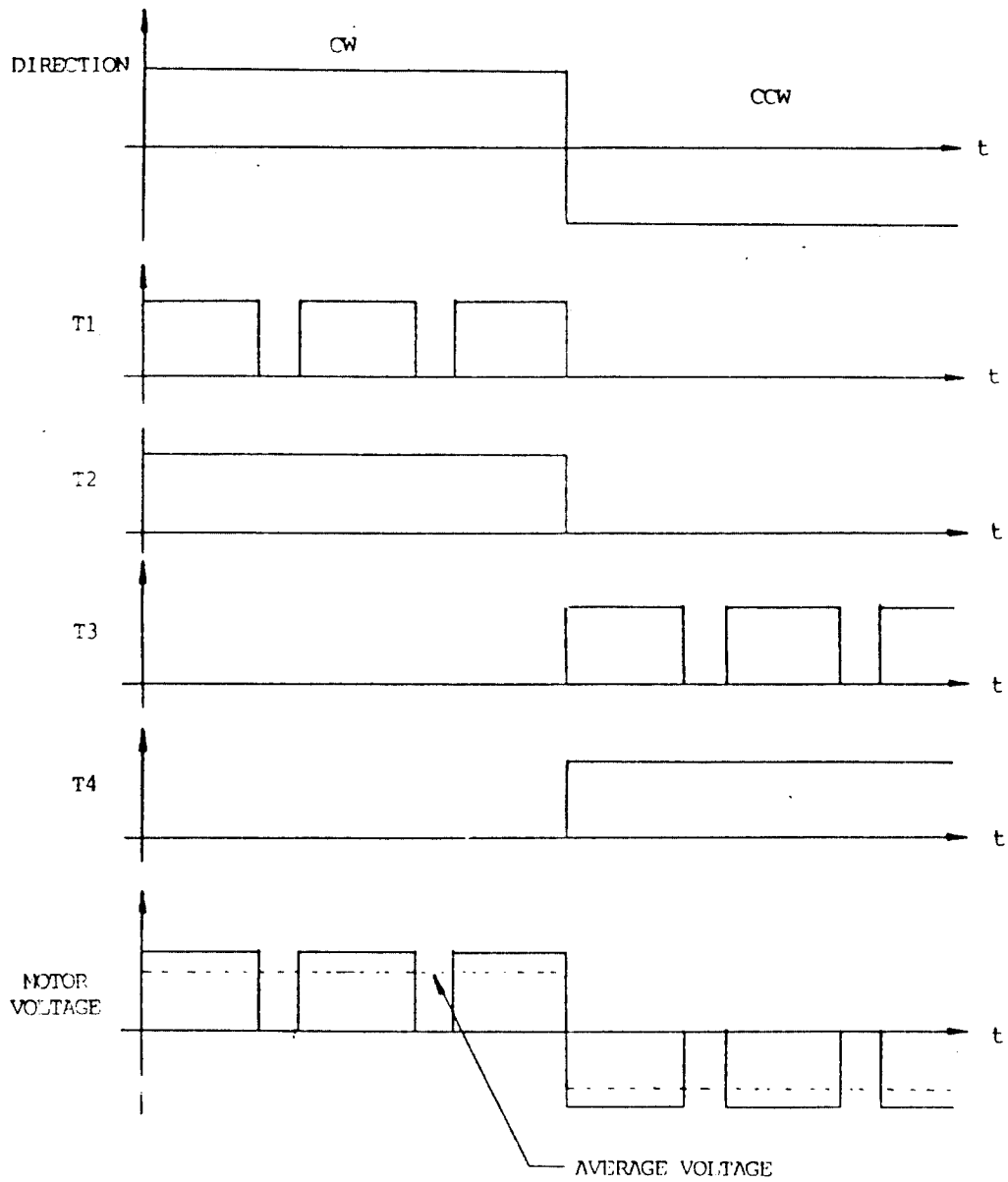


그림 4-3-17 Unipolar 모드

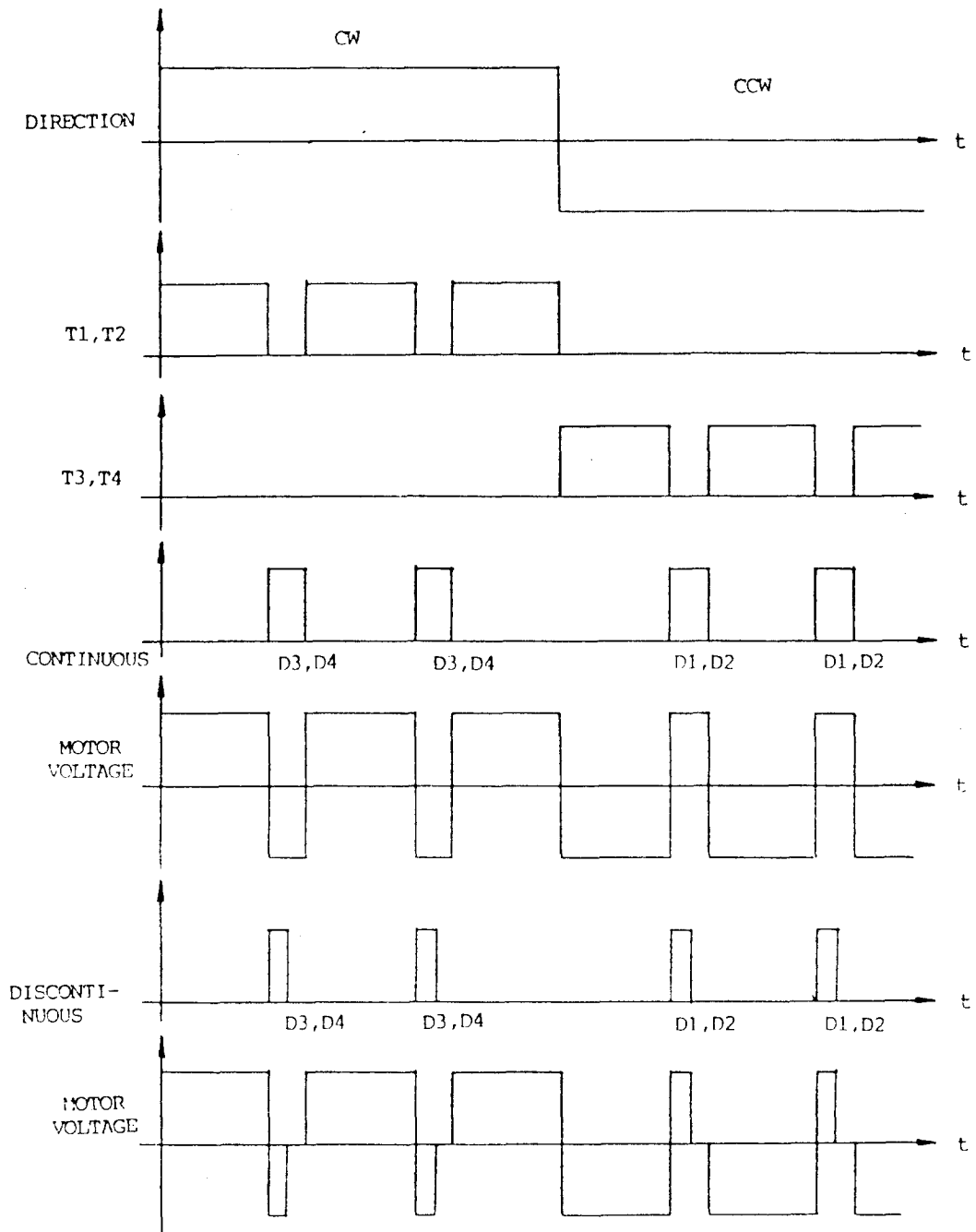


그림 4-3-18 Limited Bipolar 모드

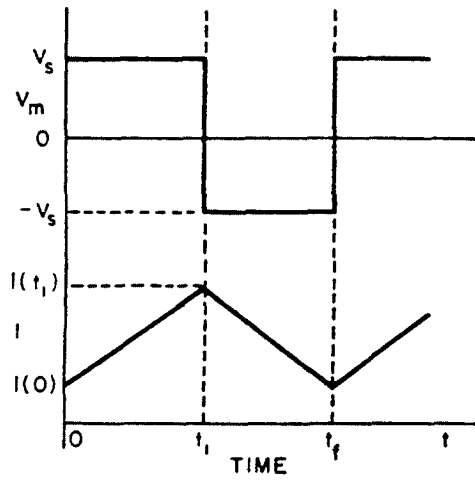


그림 4-3-19 bipolar PWM 증폭기의 전압,전류

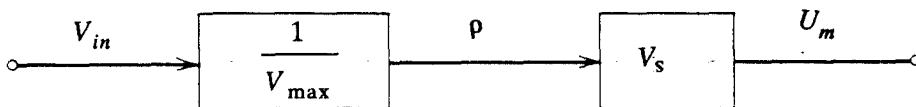


그림 4-3-20 PWM 증폭기의 등가선도

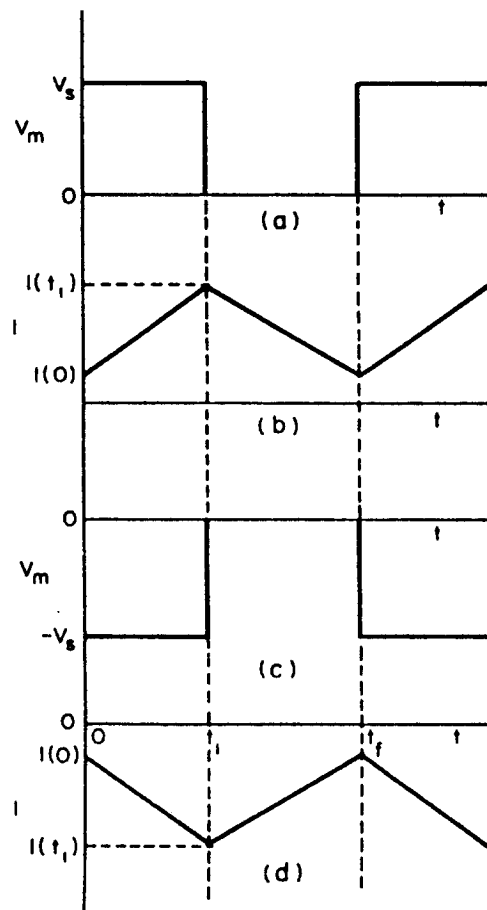


그림 4-3-21 Unipolar PWM a),b) $\rho > 0$ 일때 c),d) $\rho < 0$ 일때

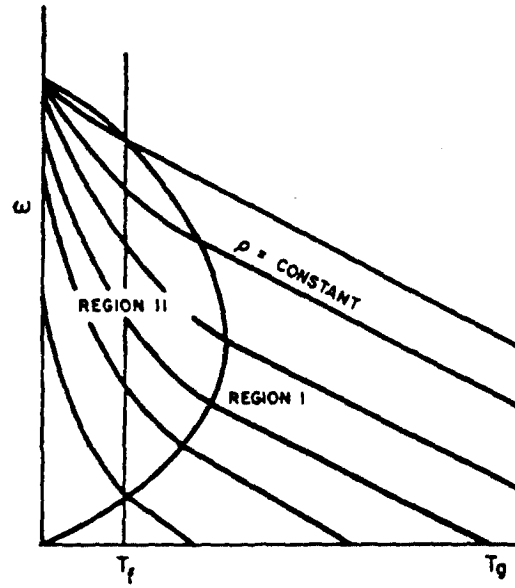


그림 4-3-22 속도 - 토크 특성

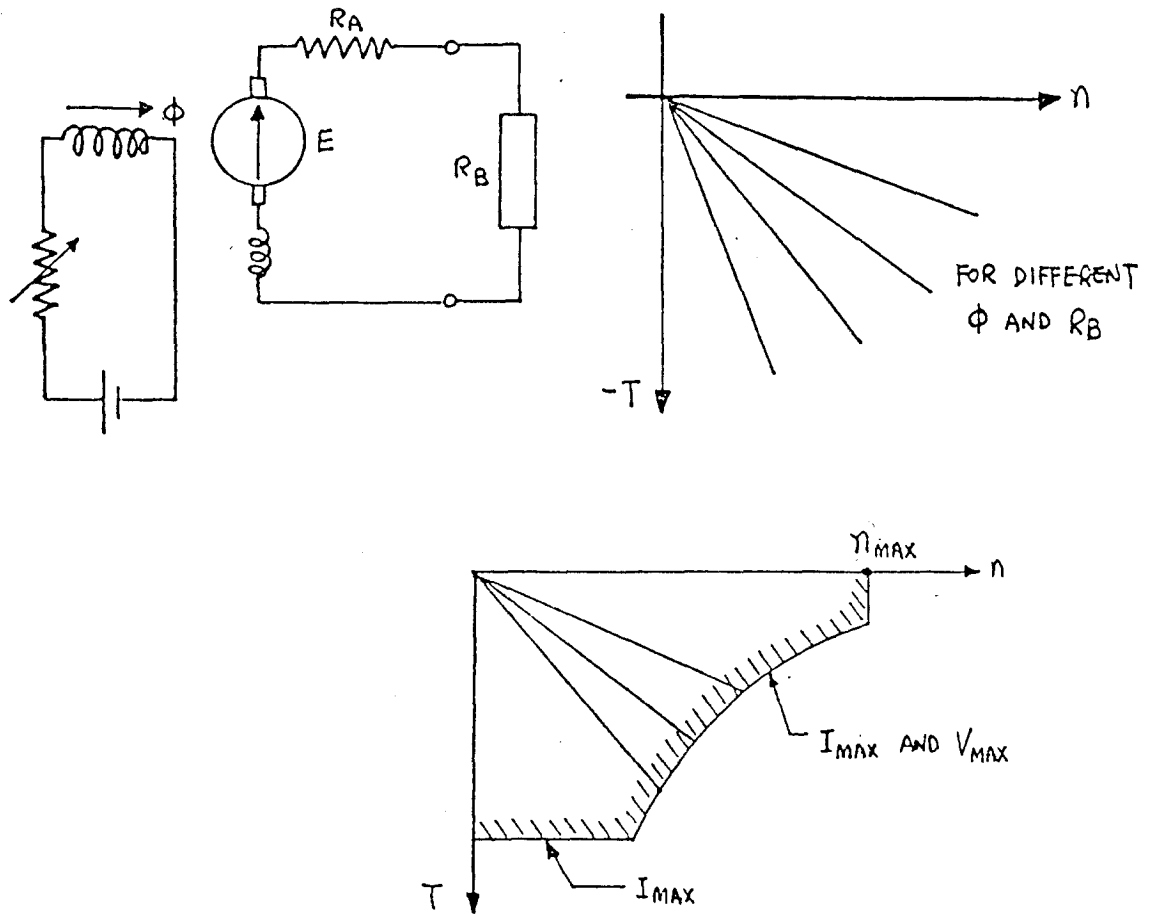


그림 4-3-24 저항값 및 그에 따르는 제동토크

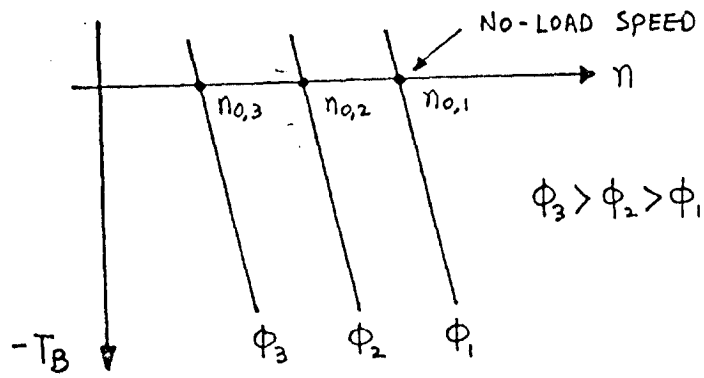


그림 4-3-25 회생 제동시 제동 속도에 따른 제동 토크 변화

제 5 장 결 론

본 연구의 목표는 미분보정에 의한 위성추적 소프트웨어 개발 저잡음 증폭기 및 feed 설계, 제작 그리고 외란에 둔감한 제어기술을 개발하는 것이다.

TIROS-N 계열 위성인 NOAA-9 호에 대한 프로그램 추적 자료를 가지고 예비궤도를 결정하고, 그것을 초기 값으로한 미분보정의 과정을 수행해서 중간 관측시각에 있어서의 접용궤도 요소를 결정하였다. 프로그램추적 자료는 TBUS에 있는 평균궤도 요소로 부터 계산해서 얻는 값이지만, 전파연구소의 직경 5 m 인 추적 안테나를 이용해서 얻은 자동추적 자료를 사용하여도 마찬가지로 같은 결과를 얻게 된다.

전파연구소의 추적 안테나를 사용하여 미지의 위성에 대한 위성궤도의 정밀도 향상을 위하여 수십개 이상의 위성 위치의 관측 (방위각, 고도각)으로 부터 미분보정에 의한 궤도개량을 하여 정밀한 궤도를 산출하는 S/W를 개발하였으며, 수십개 이상의 Doppler 효과에 의한 시선속도와 시선거리를 포함한 관측 자료를 미분 보정에 의한 궤도개량을 하여 정밀한 위성궤도를 산출하는 S/W를 개발하였다.

Branch-line Hybrid를 사용하여 평형증폭기 형태의 저잡음 증폭기를 구성하였다. 실험결과 사용주파수 대역 (2.1 ~ 2.3 GHz)에서 입, 출력 VSWR은 1.2 이하의 값을 나타내어 평형 증폭기의 잇점을 충분히 살린 양호한 특성을 얻었으며 이득은 2.1GHz에서 25[dB]

의 값을 보여 설계목표치에 도달하였다.

잡음지수는 사용주파수 대역 (2.1 ~ 2.3GHz)에서 2.0 ~ 2.3 [dB]의 값을 나타내어 설계목표치인 1.5[dB]보다 불량한 값을 보였다.

초 고주파대에서 사용하는 저잡음 증폭기용 FET는 대부분 최소의 잡음지수를 갖도록 하는 정합회로의 정합점과 가장 정합이 잘 되는 점인 복소공액정합점 (complex conjugate matching point)은 일치하지 않는다. 저잡음 증폭기의 제작시 이 불일치로 인해 저잡음위주의 설계를 하게되면 입력단의 정합상태가 악화되어 반사파가 많이 발생하게 된다. 평형증폭기에서는 이 반사파를 Hybrid내에서 소모되도록 하여 입력단에서의 반사파가 생기는 것을 억제하게 된다. 이로 인해 VSWR 특성은 양호하게 되지만 반사파는 증폭기에서 손실로 동작하게 된다. 저잡음 증폭기에서 입력단의 손실은 전체 잡음지수에 큰 영향을 미치게 된다. 실제로 계산을 해 보면 Hybrid를 제외한 증폭기 입력단의 VSWR이 5 이상이 되면 전체 잡음지수가 0.8[dB] 정도 이상이 증가함을 알 수 있다.

본 연구에서 잡음지수의 악화는 이러한 영향들 때문인 것으로 고려된다.

S-Band(2.1 ~ 2.3GHz) 위성추적 및 신호수신용 Feed를 설계 제작하였다.

박판형다이폴의 크기는 이론상 해석의 어려움 때문에 실험적으로 가장 적합한 형태를 찾아 제작하였다. 추적용 및 수신용 안테나의 VSWR은 Band내에서 1.5 이하로 양호한 특성을 나타내었다. Cavity-backed 형태를 이용하여 E평면 패턴과 H평면 패턴이

일치하도록 하였으므로 원편파수신에 적합하리라 생각된다.

수신용 안테나의 범폭은 reflector에 spillover를 주기에 충분한 패턴을 가진다.

모노펄스추적 시스템을 만든 후 difference 패턴을 측정한 결과 위성추적을 하기에 충분한 30dB 이상의 dip을 얻었다.

위성추적용 안테나 구동시스템의 전반적인 특성 및 제어알고리즘의 실현을 위한 시스템의 수학적모델과 이와 결부된 전력증폭기의 설계기법 및 고조파 영향등을 다루었고, 제동방식에 따르는 제동토크 및 제동속도를 취급했다. 또 제어 알고리즘을 이용하여 수평축과 수직축에 대한 구동제어시스템의 전력변환기를 분석하였다. 이러한 연구결과로 안테나를 비롯한 대형 2축 구조물에서의 구동장치 설계 및 제어기법기술을 습득할 수 있었으며 추적용 시스템의 국산화와 기존 시스템의 운전 및 유지보수에 큰 도움이 될 수 있을 것으로 기대된다.

이상을 종합하면 궤도계산의 정밀도를 향상시키기 위한 미분보정에 의한 위성추적 소프트웨어 개발과 저잡음 증폭기 및 Feed 제작 그리고 외란에 둔감한 알고리즘의 개발로 1차년도 연구결과와 병용하면 지상수신소를 구성하는데 있어서 근간이 되리라 본다.

참 고 문 헌

- 1) 나정웅, 윤명중, 최규홍, 1987, 위성추적을 위한 Multi-Band Feeder 와 추적용 software 의 개발에 관한 연구 (I), 한국과학기술원 BS 11125 - 2676 - 4.
- 2) 동경천문대, 1987, 이과년표 (Maruzen, 동경).
- 3) 유복모, 1984, 측량학원론 (I) (개문사, 서울).
- 4) Escobal, P. R., 1975, Methods of Orbit Determination 2nd ed. (John Wiley & Son, New York).
- 5) Herrick, S., 1971, Astrodynamics, Vol.1.(Van Nostrand Reinhold, London).
- 6) Friis, H.F., Proc. IRE, Vol.32, 1944, pp. 419
- 7) J.Lange, " Integrated Stripline Quadrature Hybrids", IEEE, Transactions on Microwave Theory and Techniques. December 1969.
- 8) 나정웅, " 전자기 이론 ", 방한 출판사, 1987, pp. 101 - 109.
- 9) S.J. Mason, " Feedback Theory-Further Properties of Signal Flow Graphs",Proc. IRE, Vol.44, No.7, pp.920 - 926, July 1956.
- 10) Guillermo Gonzalez, " Microwave Transister Amplifiers Analysis and Design",Prantice - Hall, pp.142 - 143.
- 11) Ralphs Carson, " High Frequency Amplifiers, 2nd Ed." A Willy - Interscience Publication, pp.245 - 253.

- 12) T.T.Ha, " Solid - State Microwave Amplifier Design"
A Willy Interscience Publication, pp.285 - 286
- 13) H.A. Haus. " Representation of NOise in linear Two
ports", IRE sub Committee 7.9 on Noise, Proceeding
of the IEEE, January 1960.

부 록

list of program


```

10  !
20  ! -----
30  ! PROGRAM
40  ! DIFFERENTIAL CORRECTION UTILIZING AZIMUTH AND ELEVATION DATA
50  ! NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION
60  ! FOR 23 AZIM-ELEV-RHO-RHODOT OBSERVATION DATA
70  ! -----
80  ! INPUT-Time,Azimuth(t),Elevation(t)
90  ! OUTPUT-Six orbital elements and radius and velocity vectors
100 ! -----
110 ! PRINT "PROGRAM NDC_23AERH"
120 ! LIST 260,290
130 ! PRINT "NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION PROCESS"
140 ! OPTION BASE 1
150 ! DIM Hour(23),Minute(23),Second(23),Tmin(23),Azim(23),Elev(23),Ra_o(23),Dec_o(23)
160 ! DIM Rho_o(23),Lst(23),Rx(23),Ry(23),Rz(23)
170* ! DIM Lx_o(23),Ly_o(23),Lz_o(23),Ax_o(23),Ay_o(23),Az_o(23),Dx_o(23),Dy_o(23)
180 ! DIM Rhox_c(23),Rhoz_c(23),Rhoz_c(23),Rho_c(23),Rhodot_c(23),Lx_c(23),Ly_c(23),Lz_c(23)
190 ! DIM Del_lx(23),Del_ly(23),Del_lz(23),Del_rho(23)
200 ! DIM Del_ladrho(69),N_md(69,6),T_md(6,69),Dcm_inv(6,6),Ladrho(6),D
    elta(6)
210 ! COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong
220 ! DEC

```

```

230 !-----
240 ! INPUT DATA
250 !
260 DATA 1987,8,24 ! YEAR,MONTH,DAY
270 ! INITIAL ORBIT BY HERRICK-GIBBS METHOD
280 DATA -0.8867508,-0.2561503,0.6549603 ! OSCULATING POSITION COMPONENTS
(MID.ORS.)
290 DATA 0.4621626,0.3223619,0.7526896 ! OSCULATING VELOCITY COMPONENTS
(MID.ORS.)
300 DATA 7,5,0,193.900,7.239,2670.56 ! 1st
310 DATA 7,5,30,196.098,9.448,2492.85 ! 2nd
320 DATA 7,6,0,198.655,11.823,2319.69 ! 3rd
330 DATA 7,6,30,201.664,14.385,2152.33 ! 4th
340 DATA 7,7,0,205.244,17.149,1992.41 ! 5th
350 DATA 7,7,30,209.550,20.114,1842.04 ! 6th
360 DATA 7,8,0,214.777,23.253,1703.88 ! 7th
370 DATA 7,8,30,221.157,26.480,1581.27 ! 8th
380 DATA 7,9,0,228.924,29.620,1478.20 ! 9th
390 DATA 7,9,30,238.227,32.381,1399.08 ! 10th
400 DATA 7,10,0,248.975,34.368,1348.19 ! 11th
410 DATA 7,10,30,260.678,35.200,1328.79 ! MID ORS.(12th)
420 DATA 7,11,0,272.479,34.693,1342.26 ! 13th
430 DATA 7,11,30,283.481,32.970,1387.60 ! 14th
440 DATA 7,12,0,293.107,30.386,1461.77 ! 15th
450 DATA 7,12,30,301.193,27.344,1560.59 ! 16th
460 DATA 7,13,0,307.854,24.160,1679.60 ! 17th
470 DATA 7,13,30,313.319,21.032,1814.72 ! 18th
480 DATA 7,14,0,317.821,18.059,1962.47 ! 19th
490 DATA 7,14,30,321.565,15.281,2120.09 ! 20th
500 DATA 7,15,0,324.714,12.702,2285.37 ! 21th
510 DATA 7,15,30,327.394,10.311,2456.61 ! 22th
520 DATA 7,16,0,329.702,8.088,2632.48 ! 23th
530 !-----
540 !

```

```

550 ! CONSTANTS
560 K=.07436680 ! GAUSSIAN GRAVITATIONAL CONSTANT(IAU;1977)
570 Mu=1 !
580 F=1/299.152813 ! EARTH FLATTENING(BLSEEL)
590 Dt=.25068447 ! Dst/Dt;(deg/min)
600 Dth=4.3752695E-3 ! Dst/Dt;(RAD/MIN)
610 Glat=37.388503 ! GEODETIC LATITUDE OF RRL
620 Elong=126.943277 ! EAST LONGITUDE OF RRL
630 H=9.11E-6 ! HEIGHT OF RRL
640 Er=6377.3971 ! EARTH RADIUS IN KM(BESSEL)
650 Csu=2.9053644 ! CIRCULAR SATELLITE UNIT IN KM/S(IAU;1977)
660 Ae=6376.14 ! EARTH RADIUS IN KM(IAU;1976)
670 Number=23 ! NUMBER OF DATA PAIRS
680 Mid=INT(Number/2)+1 ! MIDDLE POINT
690 Ips=1.0E-7 ! IPSILON
700 !
710 Stp=1/100 ! VALUE OF DLT TA XI
720 !
730 READ Year,Month,Day ! TRACKING YEAR,MONTH,DAY
740 READ X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0 ! MID-POINT OSCULATING ELEMENTS(FOR 4TH)
750 !
760 Jd=367*Year-INT(7*(Year+INT((Month+9)/12))/4)+INT(275*Month/9)+Day+1721013.5
770 To=(Jd-2415020.0)/36525
780 Cst=99.6909833+36000.7689*To+.00038708*To*To ! GREENWICH SIDEREAL TIME
790 Gst=Gst-INT(Gst/360)*360
800 G=1/SQR(1-(2*xF-FxF)*SIN(Glat)*SIN(Glat))
810 G1=G+H
820 G2=G*(1-F)*(1-F)+H
830 !
840 FOR I=1 TO Number
850 READ Hour(I),Minute(I),Second(I),Azim(I),Elev(I),Rho_o(I)
860 Rho_o(I)=Rho_o(I)/Er ! IN ER UNIT
870 Tmin(I)=Hour(I)*60+Minute(I)+Second(I)/60

```

```

      880 Lst(I)=Gst+Dt*(Tmin(I)-0)+Elong
      890 Lst(I)=Lst(I)-INT(Lst(I)/360)*360
      900 Rx(I)=-G1*COS(Glat)*COS(Lst(I))
      910 Ry(I)=-G1*COS(Glat)*SIN(Lst(I))
      920 Rz(I)=-G2*SIN(Glat)
      930 !
      940 CALL Aetord(Azim(I),Elev(I),Tmin(I),Ra_o(I),Dec_o(I))
      950 !
      960 Lx_o(I)=COS(Dec_o(I))*COS(Ra_o(I))
      970 Ly_o(I)=COS(Dec_o(I))*SIN(Ra_o(I))
      980 Lz_o(I)=SIN(Dec_o(I))
      990 !
      1000 Ax_o(I)=-SIN(Ra_o(I))
      1010 Ay_o(I)=COS(Ra_o(I))
      1020 Az_o(I)=0
      1030 !
      1040 Dx_o(I)=-SIN(Dec_o(I))*COS(Ra_o(I))
      1050 Dy_o(I)=-SIN(Dec_o(I))*SIN(Ra_o(I))
      1060 Dz_o(I)=COS(Dec_o(I))
      1070 !
      1080 NEXT I
      1090 !
      1100 !
      1110 Sigma_la=0
      1120 Sigma_ld=0
      1130 Sigma_rho=0
      1140 !
      1150 FOR I=1 TO Number
      1160 CALL Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),X(I),Y(I),Z(I),Vx(I),Vy(I),Vz(I))
      1170 Rhox_c(I)=Rx(I)+X(I)
      1180 Rhoy_c(I)=Ry(I)+Y(I)
      1190 Rhoz_c(I)=Rz(I)+Z(I)
      1200 Rho_c(I)=SQRT(Rhox_c(I)*Rhox_c(I)+Rhoy_c(I)+Rhoy_c(I)+Rhoz_c(I)*Rhoz_c(I))

```

```

1210 I
1220 Lx_c(I)=Rho_x_c(I)/Rho_c(I)
1230 Ly_c(I)=Rho_y_c(I)/Rho_c(I)
1240 Lz_c(I)=Rho_z_c(I)/Rho_c(I)
1250 I
1260 Del_lx(I)=Lx_o(I)-Lx_c(I)
1270 Del_ly(I)=Ly_o(I)-Ly_c(I)
1280 Del_lz(I)=Lz_o(I)-Lz_c(I)
1290 Del_rho(I)=Rho_o(I)-Rho_c(I)
1300 Del_ladrho(I)=Del_lx(I)*Ax_o(I)+Del_ly(I)*Ay_o(I)+Del_lz(I)*Az_o(I)
1310 Del_ladrho(I+Number)=Del_lx(I)*Dx_o(I)+Del_ly(I)*Dy_o(I)+Del_lz(I)*Dz_o(I)
1320 Del_ladrho(I+2*Number)=Del_rho(I)
1330 IPRINT "DEL_LA(";I;")=";Del_ladrho(I);Del_ladrho(I+Number)
1340 IPRINT "DEL_RHO(";I;")=";Del_ladrho(I+2*Number)
1350 Sigma_la=Sigma_la+Del_ladrho(I)^2
1360 Sigma_ld=Sigma_ld+Del_ladrho(I+Number)^2
1370 Sigma_rho=Sigma_rho+Del_ladrho(I+2*Number)^2
1380 I
1390 NEXT I
1400 I
1410 Sigma_la=SQR(Sigma_la/(Number-1))
1420 Sigma_ld=SQR(Sigma_ld/(Number-1))
1430 Sigma_rho=SQR(Sigma_rho/(Number-1))
1440 PRINT "SIGMA_LA=";Sigma_la
1450 PRINT "SIGMA_LD=";Sigma_ld
1460 PRINT "SIGMA_RHO=";Sigma_rho*Ae;"KM"
1470 I
1480 FOR I=1 TO Number
1490 CALL Fandq(X0+X0*Stp,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),X1,Y1,Z1,Vx1,Vy1,
Vz1)
1500 N_md(I)=(Ax_o(I)*(X1-X(I))+Ay_o(I)*(Y1-Y(I))+Az_o(I)*(Z1-Z(I)))/(X0*Stp)
/Rho_c(I)
1510 N_md(I+Number,1)=(Dx_o(I)*(X1-X(I))+Dy_o(I)*(Y1-Y(I))+Dz_o(I)*(Z1-Z(I)))/(
X0*Stp)/Rho_c(I)

```

```

1520 N_md(I+2*Number,1)=(Lx_c(1)*(Xi-X(1))+Ly_c(1)*(Yi-Y(1))+Lz_c(1)*(Zi-Z(1)))/
/(X0*Stp)
1530 CALL Fandq(X0,Y0+Y0*Stp,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1540 N_md(I,2)=(Ax_o(I)*(Xi-X(1))+Ay_o(I)*(Yi-Y(1))+Az_o(I)*(Zi-Z(1)))/(Y0*Stp)/
/Rho_c(I)
1550 N_md(I+Number,2)=(Dx_o(1)*(Xi-X(1))+Dy_o(1)*(Yi-Y(1))+Dz_o(1)*(Zi-Z(1)))/(
Y0*Stp)/Rho_c(1)
1560 N_md(I+2*Number,2)=(Lx_c(1)*(Xi-X(1))+Ly_c(1)*(Yi-Y(1))+Lz_c(1)*(Zi-Z(1)))/
/(Y0*Stp)
1570 CALL Fandq(X0,Y0,Z0+Z0*Stp,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1580 N_md(I,3)=(Ax_o(I)*(Xi-X(1))+Ay_o(1)*(Yi-Y(1))+Az_o(I)*(Zi-Z(1)))/(Z0*Stp)/
/Rho_c(I)
1590 N_md(I+Number,3)=(Dx_o(1)*(Xi-X(1))+Dy_o(1)*(Yi-Y(1))+Dz_o(1)*(Zi-Z(1)))/(
Z0*Stp)/Rho_c(I)
1600 N_md(I+2*Number,3)=(Lx_c(1)*(Xi-X(1))+Ly_c(1)*(Yi-Y(1))+Lz_c(1)*(Zi-Z(1)))/
/(Z0*Stp)
1610 CALL Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0+Vx0*Stp,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1620 N_md(I,4)=(Ax_o(I)*(Xi-X(1))+Ay_o(1)*(Yi-Y(1))+Az_o(I)*(Zi-Z(1)))/(Vx0*Stp)/
/Rho_c(I)
1630 N_md(I+Number,4)=(Dx_o(1)*(Xi-X(1))+Dy_o(1)*(Yi-Y(1))+Dz_o(1)*(Zi-Z(1)))/(
Vx0*Stp)/Rho_c(I)
1640 N_md(I+2*Number,4)=(Lx_c(1)*(Xi-X(1))+Ly_c(1)*(Yi-Y(1))+Lz_c(1)*(Zi-Z(1)))/
/(Vx0*Stp)
1650 CALL Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0+Vy0*Stp,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1660 N_md(I,5)=(Ax_o(I)*(Xi-X(1))+Ay_o(1)*(Yi-Y(1))+Az_o(1)*(Zi-Z(1)))/(Vy0*Stp)/
/Rho_c(I)
1670 N_md(I+Number,5)=(Dx_o(1)*(Xi-X(1))+Dy_o(1)*(Yi-Y(1))+Dz_o(1)*(Zi-Z(1)))/(
Vy0*Stp)/Rho_c(I)
1680 N_md(I+2*Number,5)=(Lx_c(1)*(Xi-X(1))+Ly_c(1)*(Yi-Y(1))+Lz_c(1)*(Zi-Z(1)))/
/(Vy0*Stp)

```

```

1690 CALL Fandq(x0,y0,z0,vx0,vy0,vz0+vz0*Stp,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,vxi,vyi
,vzi)
1700 N_md(I,b)=(Ax_o(I)*(Xi-X(I))+Ay_o(I)*(Yi-Y(I))+Az_o(I)*(Zi-Z(I)))/(Vz0*Stp
)/Rho_c(I)
1710 N_md(I+Number,b)=(Dx_o(I)*(Xi-X(I))+Dy_o(I)*(Yi-Y(I))+Dz_o(I)*(Zi-Z(I)))/(
Vz0*Stp)/Rho_c(I)
1720 N_md(I+2*Number,b)=(Lx_c(I)*(Xi-X(I))+Ly_c(I)*(Yi-Y(I))+Lz_c(I)*(Zi-Z(I))
)/(Vz0*Stp)
1730 NEXT I
1740 !
1750 !
1760 MAT T_md= TRN(N_md) ! TRANSPOSE
1770 MAT Ladrho= T_md*Del_ladrho
1780 MAT Dcm= T_md*N_md
1790 MAT bcm_inv= INV(Dcm)
1800 MAT Delta= Dcm_inv*Ladrho
1810 !
1820 Del_x=Delta(1)
1830 Del_y=Delta(2)
1840 Del_z=Delta(3)
1850 Del_vx=Delta(4)
1860 Del_vy=Delta(5)
1870 Del_vz=Delta(6)
1880 !
1890 Iter=Iter+1
1900 PRINT "ITERATION=";Iter
1910 PRINT "DEL_X=";Del_x*Er,"DEL_Y=";Del_y*Er,"DEL_Z=";Del_z*Er,"IN KM"
1920 PRINT "DEL_VX=";Del_vx*Cs0,"DEL_VY=";Del_vy*Cs0,"DEL_VZ=";Del_vz*Cs0
1930 !

```

```

1940 X0=X0+Del_x
1950 Y0=Y0+Del_y
1960 Z0=Z0+Del_z
1970 Vx0=Vx0+Del_vx
1980 Vy0=Vy0+Del_vy
1990 Vz0=Vz0+Del_vz
2000 !
2010 PRINT "X=";X0*Er
2020 PRINT "Y=";Y0*Er
2030 PRINT "Z=";Z0*Er
2040 PRINT "VX=";Vx0*Cs0
2050 PRINT "VY=";Vy0*Cs0
2060 PRINT "VZ=";Vz0*Cs0
2070 PRINT
2080 PRINT
2090 ! CONVERGE?
2100* IF ABS(Del_x)<1ps AND ABS(Del_y)<1ps AND ABS(Del_z)<1ps AND ABS(Del_vx)<1p
2110 S AND ABS(Del_vy)<1p
2120 !
2130 GOTO 1100
2140 ! END OF ITERATION
2150 PRINT "POSITION VECTOR IN BESSEL";X0,Y0,Z0
2160 PRINT "VELOCITY VECTOR IN BESSEL";Vx0,Vy0,Vz0
2170 Ae=6378.14 ! 1AU(1977)
2180 X0=X0*Er-.136
2190 Y0=Y0*Er+.521 ! BESSEL TO SAO
2200 Z0=Z0*Er+.681
2210 PRINT "DIFFERENTIALLY CORRECTED POSITION AND VELOCITY"
2220 PRINT "X0=";X0;"KM", "Y0=";Y0;"KM", "Z0=";Z0;"KM"
2230 PRINT "VX0=";Vx0*Cs0;"KM/S", "VY0=";Vy0*Cs0;"KM/S", "VZ0=";Vz0*Cs0;"KM/S"
2240 !
2250 X0=X0/Ae
2260 Y0=Y0/Ae
2270 Z0=Z0/Ae
2280 ! IN SAO ER UNIT

```

```

2270 !
2280 CALL Sixele(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0)
2290 END
2300 !
2310 ! f and g series
2320 !
2330 SUB Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T0,T,X,Y,Z,Vx,Vy,Vz)
2340 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong
2350 RAD
2360 R0=SQR(X0*X0+Y0*Y0+Z0*Z0)
2370 D0=(X0*Vx0+Y0*Vy0+Z0*Vz0)/Mu
2380 V0=SQR(Vx0*Vx0+Vy0*Vy0+Vz0*Vz0)
2390 A=2/R0-V0*V0/Mu
2400 A=1/A
2410 E=SQR((1-R0/A)*(1-R0/A)+D0*D0/A)
2420 P=R0*(2-R0/A)-D0*D0
2430 Q=R0-D0*D0/2
2440 Ce=1-R0/A
2450 Se=D0/SQR(A)
2460 M0=(T-T0)*K/A^1.5*SQR(Mu)
2470 REM SOLVING KEPLER'S EQUATION FOR GG
2480 REM BY NEWTON-RHAPSON PROCEDURE
2490 Isp=1.E-6
2500 FOR G=.5 TO 2 STEP .5
2510 * Gq=G-(G+Se*SIN(G)*SIN(G)-Ce*SIN(G)*COS(G)-.5*M0)/(1+2*Se*SIN(G)*COS(G)-Ce
*(1-3*SIN(G)*SIN(G))
2520 IF ABS(Gq-G)<Isp THEN GOTO 2590
2530 G=Gq
2540 I1=I1+1
2550 IF I1>10 THEN GOTO 2570
2560 GOTO 2510
2570 I1=0
2580 NEXT G
2590 Ee0=2*Gq

```

```

2600 C=A*(1-COS(Ee0))
2610 S=SQR(A)*SIN(Ee0)
2620 F=1-C/R0
2630 G=(R0*S+D0*C)/SQR(M0)
2640 R=R0+(1-R0/A)*C+D0*S
2650 Fdot=-SQR(M0)*S/(R*R0)
2660 Gdot=1-C/R
2670 X=F*X0+G*Vx0
2680 Y=F*Y0+G*Vy0
2690 Z=F*Z0+G*Vz0
2700 Vx=Fdot*X0+Gdot*Vx0
2710 Vy=Fdot*Y0+Gdot*Vy0
2720 Vz=Fdot*Z0+Gdot*Vz0
2730 SUBEND
2740 !
2750 ! Azimuth and Elevation to Right ascension and Declination
2760 !
2770 SUB Aetord(Azim,Elev,T,Ra,Dec)
2780 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong
2790 DEC
2800 Tu=(Jd-2415020.0)/36525
2810 Gst=99.6909833+36000.7689*Tu+.00038708*Tu*Tu
2820 Lst=Gst+Dt*(T-0)+Elong
2830 Lxh=-COS(Azim)*COS(Elev)
2840 Lyh=SIN(Azim)*COS(Elev)
2850 Lzh=SIN(Elev)
2860 Sx=SIN(Glat)*COS(Lst)
2870 Sy=SIN(Glat)*SIN(Lst)
2880 Sz=-COS(Glat)
2890 Ex=-SIN(Lst)
2900 Ey=COS(Lst)
2910 Ez=0
2920 Zx=COS(Lst)*COS(Glat)
2930 Zy=SIN(Lst)*COS(Glat)

```

```

2940 Zz=SIN(Glat)
2950 !
2960 Lx=Sx*Lxh+Ex*Lyh+Zx*Lzh
2970 Ly=Sy*Lxh+Ey*Lyh+Zy*Lzh
2980 Lz=Sx*Lxh+Ex*Lyh+Zx*Lzh
2990 !
3000 Dec=ASN(Lz)
3010 Ra=ATN(Ly/Lx)
3020 IF Lx<0 THEN
3030   Ra=Ra+180
3040 ELSE
3050   IF Ly<0 THEN
3060     Ra=Ra+360
3070   ELSE
3080     Ra=Ra
3090   END IF
3100 END IF
3110 SUBEND
3120 !
3130 ! Six orbital elements
3140 !
3150 SUB Sixele(X,Y,Z,Vx,Vy,Vz)
3160 !
3170 ! DETERMINE SIX ORBITAL ELEMENTS
3180 !
3190 DEC
3200 K=.07436680 ! IAU(1977)
3210 Rr=SQR(X*X+Y*Y+Z*Z)
3220 Rv=SQR(Vx*Vx+Vy*Vy+Vz*Vz)
3230 Vv=(X*Vx+Y*Vy+Z*Vz)/Rr
3240 Vr=X*Vx+Y*Vy+Z*Vz
3250 Hx=Y*Vz-Z*Vy
3260 Hy=Z*Vx-X*Vz
3270 Hz=X*Vy-Y*Vx

```

```

3280 Hh=SQR(Hx*Hx+Hy*Hy+Hz*Hz)
3290 Sa=Rr/(2-Rr*Rv*Rv)
3300 PRINT "SEMI-MAJOR AXIS=";Sa;"E.R."
3310 PRINT "SEMI-MAJOR AXIS=";Sa*6378.14;"KM"
3320 Ci=Hz/Hh
3330 Si=SQR(1-Ci*Ci)
3340 Inc=ATN(Si/Ci)
3350 IF Inc<0 THEN Inc=180+Inc
3360 PRINT "INCLINATION=";Inc
3370 Slo=Hx/(Hh*Si)
3380 Clo=-Hy/(Hh*Si)
3390 PRINT "CHECK SLO^2+CLO^2=";Slo*Slo+Clo*Clo
3400 Lo=ATN(Slo/Clo)
3410 IF Clo<0 THEN
3420 Lo=Lo+180
3430 ELSE
3440 IF Slo>0 THEN
3450 Lo=Lo
3460 ELSE
3470 Lo=Lo+360
3480 END IF
3490 END IF
3500 PRINT "LONGITUDE OF ASCENDING NODE=";Lo
3510 ! SEE(ECC*SIN E), CEE(ECC*COS E)
3520 Cee=1-Rr/Sa
3530 See=Vr/SQR(Sa)
3540 E=SQR(See*See+Cee*Cee)
3550 PRINT "ECCENTRICITY=";E
3560 ! ESU(ECC*SIN V),ECV(ECC*COS V)
3570 Ecv=Hh*Hh/Rr-1
3580 Esu=Hh*Vv
3590 V=ATN(Esu/Ecv)
3600 IF Ecv<0 THEN
3610 V=V+180

```

```

3620 ELSE
3630 IF Esv>0 THEN
3640 V=V
3650 ELSE
3660 V=V+360
3670 END IF
3680 END IF
3690 PRINT "V=";V
3700 ! REM RSU(RXSIN U), RCU(RXCOS U)
3710 Rcu=X*Cl6+Y*S16
3720 Rsu=Z/S1
3730 U=ATN(Rsu/Rcu)
3740 IF Rcu<0 THEN
3750 U=U+180
3760 ELSE
3770 IF Rsu>0 THEN
3780 U=U
3790 ELSE
3800 U=U+180
3810 END IF
3820 END IF
3830 PRINT "U=";U
3840 ! SO(SMALL OMEGA)
3850 So=U-U
3860 IF So<0 THEN So=360+So
3870 PRINT "ARGUMENT OF PERIGEE=";So
3880 ! T(TIME OF PERIFOCAL PASSAGE)
3890 Ee=2*ATN(TAN(V/2)/SQR((1+E)/(1-E)))
3900 Mm=Ee-ExSIN(Ee)
3910 Manom=Mm
3920 IF Manom<0 THEN Manom=360+Manom
3930 PRINT "MEAN ANOM=";Manom
3940 Mm=Mm*PI/180
3950 Tt=T-Mm*Sa^1.5/K
3960 PRINT "T=";Tt;"MIN"
3970 Tt=Jd+Tt/60/24
3980 PRINT "TIME OF PERIFOCAL PASSAGE=";Tt
3990 SUBEND

```

```

10 ! .....
20 ! PROGRAM
30 ! DIFFERENTIAL CORRECTION UTILIZING AZIMUTH,ELEVATION
40 ! RANGE AND RANGE RATE DATA
50 ! NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION
60 ! FOR 23 AZIM-ELEV-RHO-RHODOT OBSERVATION DATA
70 ! .....
80 ! INPUT-Time,Azimuth(t),Elevation(t)
90 ! OUPUT-Six orbital elements and radius and velocity vectors
100 ! .....
110 PRINT "PROGRAM NDC_23AENHD"
120 LIST 270,300
130 PRINT "NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION PROCESS"
140 OPTION BASE 1
150 DIM Hour(23),Minute(23),Second(23),Tmin(23),Azim(23),Elev(23),Ra_o(23),Dec
222 _o(23)
160 DIM Rho_o(23),Rhodot_o(23),Lst(23),Rx(23),Ry(23),Rz(23),Rxdot(23),Rydot(23)
    ,Rzdot(23)
170x DIM Lx_o(23),Ly_o(23),Lz_o(23),Ax_o(23),Ay_o(23),Az_o(23),Dx_o(23),Dy_o(23)
    ,Dz_o(23),X(23),Y(2
180x DIM Rhox_c(23),Rhox_c(23),Rhoz_c(23),Rhodot_c(23),Lx_c(23),Ly_c(
23),Lz_c(23),Lxdot_c
190 DIM Del_lx(23),Del_ly(23),Del_lz(23),Del_rho(23),Del_rhodot(23)
200 DIM Del_ladrhodot(92),N_md(92,6),T_md(6,92),Dcm(6,6),Dcm_inv(6,6),Ladrhodo
    t(6),Delta(6)
210 COM K,M9,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong
220 DEC
230 !

```

```

240 !-----
250 ! INPUT DATA
260 !
270 DATA 1987,8,24 ! YEAR,MONTH,DAY
280 ! INITIAL ORBIT BY GAUSS_METHOD
290 DATA -0.8870313,-0.2559906,0.6550418 ! OSCULATING POSITION COMPONENTS
(MID,ORS.)
300 DATA 0.4628445,0.3229580,0.7539001 ! OSCULATING VELOCITY COMPONENTS
(MID,ORS.)
310 DATA 7,5,0,193.900,7.239,2670.56,-5.9911 ! 1st
320 DATA 7,5,30,196.098,9.448,2492.85,-5.8576 ! 2nd
330 DATA 7,6,0,198.655,11.823,2319.69,-5.6867 ! 3rd
340 DATA 7,6,30,201.664,14.385,2152.33,-5.4680 ! 4th
350 DATA 7,7,0,205.244,17.149,1992.41,-5.1876 ! 5th
360 DATA 7,7,30,209.550,20.114,1842.04,-4.8283 ! 6th
370 DATA 7,8,0,214.777,23.253,1703.88,-4.3691 ! 7th
380 DATA 7,8,30,221.157,26.480,1581.27,-3.7872 ! 8th
390 DATA 7,9,0,228.924,29.620,1478.20,-3.0633 ! 9th
400 DATA 7,9,30,238.227,32.381,1399.08,-2.1902 ! 10th
410 DATA 7,10,0,248.975,34.368,1348.19,-1.1858 ! 11th
420 DATA 7,10,30,260.678,35.200,1328.79,-0.0998 ! MID OBS.(12th)
430 DATA 7,11,0,272.479,34.693,1342.26,0.9927 ! 13th
440 DATA 7,11,30,283.481,32.970,1387.60,2.0143 ! 14th
450 DATA 7,12,0,293.107,30.386,1461.77,2.9100 ! 15th
460 DATA 7,12,30,301.193,27.344,1560.59,3.6570 ! 16th
470 DATA 7,13,0,307.854,24.160,1679.60,4.2591 ! 17th
480 DATA 7,13,30,313.319,21.032,1814.72,4.7347 ! 18th
490 DATA 7,14,0,317.821,18.059,1962.47,5.1063 ! 19th
500 DATA 7,14,30,321.565,15.281,2120.09,5.3955 ! 20th
510 DATA 7,15,0,324.714,12.702,2285.37,5.6204 ! 21th
520 DATA 7,15,30,327.394,10.311,2456.61,5.7952 ! 22th
530 DATA 7,16,0,329.702,8.088,2632.48,5.9311 ! 23th
!-----
540 !
550 !
560 ! CONSTANTS
570 K=.07436580 ! GAUSSIAN GRAVITATIONAL CONSTANT(IAU,1977)

```

```

580      Nu=1
590      F=1/299.152813
600      Dc=.25068447
610      Dth=4.3752695E-3
620      Glat=37.388503
630      Elong=126.943277
640      H=9.11E-6
650      Ep=6377.3971
660      Csu=7.9053644
670      Ae=6378.14
680      Number=23
690      Mid=INT(Number/2)+1
700      Ips=1.0E-7
710      !
720      Stp=1/100
730      !
740      READ Year, Month, Day
750      READ X0, Y0, Z0, Vx0, Vy0, Vz0
760      !
770      Jd=367*Year-INT(7*(Year+INT((Month+9)/12))/4)+INT(275*Month/9)+Day+1721013
780      .5
790      Tu=(Jd-2415020.0)/36525
800      Gst=99.6909833+36000.7689*Tu+.00038708*Tu*Tu
810      Gst=Gst-INT(Gst/360)*360
820      G=1/SQR(1-(2*F-F*F)*SIN(Glat)*SIN(Glat))
830      G1=G+H
840      G2=G*(1-F)*(1-F)+H
850      FOR I=1 TO Number
860      READ Hour(I), Minute(I), Second(I), Azim(I), Elev(I), Rho_o(I), Rhodot_o(I)
870      Rho_o(I)=Rho_o(I)/Er
880      Rhodot_o(I)=Rhodot_o(I)/Csu
890      Tmin(I)=Hour(I)*60+Minute(I)+Second(I)/60
900      Lst(I)=Gst+Dt*(Tmin(I)-0)+Elong

```

```

910 Lst(I)=Lst(I)-INT(Lst(I)/360)*360
920 Rx(I)=-G1*COS(Glat)*COS(Lst(I))
930 Ry(I)=-G1*COS(Glat)*SIN(Lst(I))
940 Rz(I)=-G2*SIN(Glat)
950 !
960 Rxdot(I)=-Ry(I)*Dth/K
970 Rydot(I)=Rx(I)*Dth/K
980 Rzdot(I)=0
990 CALL Aetord(Azim(I),Elev(I),Tmin(I),Ra_o(I),Dec_o(I))
1000 !
1010 Lx_o(I)=COS(Dec_o(I))*COS(Ra_o(I))
1020 Ly_o(I)=COS(Dec_o(I))*SIN(Ra_o(I))
1030 Lz_o(I)=SIN(Dec_o(I))
1040 !
1050 Ax_o(I)=-SIN(Ra_o(I))
1060 Ay_o(I)=COS(Ra_o(I))
1070 Az_o(I)=0
1080 !
1090 Dx_o(I)=-SIN(Dec_o(I))*COS(Ra_o(I))
1100 Dy_o(I)=-SIN(Dec_o(I))*SIN(Ra_o(I))
1110 Dz_o(I)=COS(Dec_o(I))
1120 !
1130 NEXT I
1140 !
1150 ! ITERATION POINT
1160 !
1170 Sig_la=0
1180 Sig_ld=0
1190 Sig_rho=0
1200 Sig_rhodot=0
1210 !
1220 FOR I=1 TO Number
1230 CALL Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),X(I),Y(I),Z(I),Vx(I),Vy(I),Vz(I))

```

```

1240 Rhox_c(I)=Rx(1)+X(1)
1250 Rho_y_c(I)=Ry(1)+Y(1)
1260 Rhoz_c(I)=Rz(1)+Z(1)
1270 Rho_c(I)=SQRT(Rho_x_c(I)*Rho_x_c(I)+Rho_y_c(I)*Rho_y_c(I)+Rhoz_c(I)*Rhoz_c(I))
1280 !
1290* Rhodot_c(1)=(X(1)*Vx(1)+Y(1)*Vy(1)+Z(1)*Vz(1)+X(1)*Rx(1)+Y(1)*Ry(1)+Z(1)*Rz(1))/Rhodot_c(1)
1290 Rhodot_c(1)=Rhox_c(1)/Rho_c(1)
1300 !
1310 Lx_c(1)=Rhox_c(1)/Rho_c(1)
1320 Ly_c(1)=Rho_y_c(1)/Rho_c(1)
1330 Lz_c(1)=Rhoz_c(1)/Rho_c(1)
1340 Lxdot_c(1)=(Vx(1)+Rx(1))/Rho_c(1)
1350 Lydot_c(1)=(Vy(1)+Ry(1))/Rho_c(1)
1360 Lzdot_c(1)=(Vz(1)+Rz(1))/Rho_c(1)
1370 Lxd1x(1)=Lxdot_c(1)-Rhodot_c(1)/Rho_c(1)*Lx_c(1)
1380 Lyd1y(1)=Lydot_c(1)-Rhodot_c(1)/Rho_c(1)*Ly_c(1)
1390 Lzd1z(1)=Lzdot_c(1)-Rhodot_c(1)/Rho_c(1)*Lz_c(1)
1400 !
1410 Del_lx(1)=Lx_o(1)-Lx_c(1)
1420 Del_ly(1)=Ly_o(1)-Ly_c(1)
1430 Del_lz(1)=Lz_o(1)-Lz_c(1)
1440 Del_rho(1)=Rho_o(1)-Rho_c(1)
1450 Del_rhodot(1)=Rhodot_o(1)-Rhodot_c(1)
1460 Del_ladrhodot(1)=Del_lx(1)*Ax_o(1)+Del_ly(1)*Ay_o(1)+Del_lz(1)*Az_o(1)
1470 Del_ladrhodot(1+Number)=Del_lx(1)*Dx_o(1)+Del_ly(1)*Dy_o(1)+Del_lz(1)*Dz_o(1)
1480 Del_ladrhodot(1+2*Number)=Del_rho(1)
1490 Del_ladrhodot(1+3*Number)=Del_rhodot(1)
1500 !PRINT "DEL_LA";1;"=";Del_ladrhodot(1),"DEL_LD";1;"=";Del_ladrhodot(1+Number)
1510*!PRINT "DEL_RHO";1;"=";Del_ladrhodot(1+2*Number),"DEL_RHODOT";1;"=";Del_ladrhodot(1+3*Number)
1520 !
1530 Sig_la=Sig_la+Del_ladrhodot(1)^2

```

```

1540 Sig_ld=Sig_ld+Del_ladrhodot(I+Number)^2
1550 Sig_rho=Sig_rho+Del_ladrhodot(I+2*Number)^2
1560 Sig_rhodot=Sig_rhodot+Del_ladrhodot(I+3*Number)^2
1570 !
1580 NEXT I
1590 !
1600 Sig_la=SQR(Sig_la/(Number-1))
1610 Sig_ld=SQR(Sig_ld/(Number-1))
1620 Sig_rho=SQR(Sig_rho/(Number-1))
1630 Sig_rhodot=SQR(Sig_rhodot/(Number-1))
1640 !
1650 PRINT "SIGMA_LA=";Sig_la
1660 PRINT "SIGMA_LD=";Sig_ld
1670 PRINT "SIGMA_RHO=";Sig_rho*Ae;"KM"
1680 PRINT "SIGMA_RHODOT=";Sig_rhodot*CsU;"KM/S"
1690 FOR I=1 TO Number
1700 CALL Fandq(X0+X0*Stp,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1710 N_md(1,1)=(Ax_o(I)*(Xi-X(1))+Ay_o(I)*(Yi-Y(1))+Az_o(I)*(Zi-Z(1)))/(X0*Stp)
/Rho_c(I)
1720 N_md(I+Number,1)=(Dx_o(I)*(Xi-X(I))+Dy_o(I)*(Yi-Y(I))+Dz_o(I)*(Zi-Z(I)))/(
X0*Stp)/Rho_c(I)
1730 N_md(I+2*Number,1)=(Lx_c(I)*(Xi-X(1))+Ly_c(I)*(Yi-Y(1))+Lz_c(I)*(Zi-Z(1))
/(X0*Stp)
1740 N_md(I+3*Number,1)=(Lx_c(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly_c(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz_c(I)*(Vzi-V
z(I))+Lxdlx(I)*(Xi-X
1750 CALL Fandq(X0,Y0+Y0*Stp,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1760 N_md(I,2)=(Ax_o(I)*(Xi-X(1))+Ay_o(I)*(Yi-Y(1))+Az_o(I)*(Zi-Z(I)))/(Y0*Stp)
/Rho_c(I)
1770 N_md(I+Number,2)=(Dx_o(I)*(Xi-X(I))+Dy_o(I)*(Yi-Y(I))+Dz_o(I)*(Zi-Z(I)))/(
Y0*Stp)/Rho_c(I)
1780 N_md(I+2*Number,2)=(Lx_c(I)*(Xi-X(I))+Ly_c(I)*(Yi-Y(I))+Lz_c(I)*(Zi-Z(I))
/(Y0*Stp)

```

```

1790* N_md(I+3*Number,2)=(Lx_c(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly_c(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz_c(I)*(Vzi-V
z(I))+Lxdlx(I)*(Xi-X
1800 CALL Fandq(X0,Y0,Z0+Z0*Stp,Vx0,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,
Vzi)
1810 N_md(I,3)=(Ax_o(I)*(Xi-X(I))+Ay_o(I)*(Yi-Y(I))+Az_o(I)*(Zi-Z(I)))/(Z0*Stp)
/Rho_c(I)
1820 N_md(I+Number,3)=(Dx_o(I)*(Xi-X(I))+Dy_o(I)*(Yi-Y(I))+Dz_o(I)*(Zi-Z(I)))/(
Z0*Stp)/Rho_c(I)
1830 N_md(I+2*Number,3)=(Lx_c(I)*(Xi-X(I))+Ly_c(I)*(Yi-Y(I))+Lz_c(I)*(Zi-Z(I)))
/(Z0*Stp)
1840* N_md(I+3*Number,3)=(Lx_c(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly_c(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz_c(I)*(Vzi-V
z(I))+Lxdlx(I)*(Xi-X
1850 CALL Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0+Vx0*Stp,Vy0,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi
,Vzi)
1860 N_md(I,4)=(Ax_o(I)*(Xi-X(I))+Ay_o(I)*(Yi-Y(I))+Az_o(I)*(Zi-Z(I)))/(Vx0*Stp
)/Rho_c(I)
1870 N_md(I+Number,4)=(Dx_o(I)*(Xi-X(I))+Dy_o(I)*(Yi-Y(I))+Dz_o(I)*(Zi-Z(I)))/(
Vx0*Stp)/Rho_c(I)
1880 N_md(I+2*Number,4)=(Lx_c(I)*(Xi-X(I))+Ly_c(I)*(Yi-Y(I))+Lz_c(I)*(Zi-Z(I)))
/(Vx0*Stp)
1890* N_md(I+3*Number,4)=(Lx_c(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly_c(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz_c(I)*(Vzi-V
z(I))+Lxdlx(I)*(Xi-X
1900 CALL Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0+Vy0*Stp,Vz0,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi
,Vzi)
1910 N_md(I,5)=(Ax_o(I)*(Xi-X(I))+Ay_o(I)*(Yi-Y(I))+Az_o(I)*(Zi-Z(I)))/(Vy0*Stp
)/Rho_c(I)
1920 N_md(I+Number,5)=(Dx_o(I)*(Xi-X(I))+Dy_o(I)*(Yi-Y(I))+Dz_o(I)*(Zi-Z(I)))/(
Vy0*Stp)/Rho_c(I)
1930 N_md(I+2*Number,5)=(Lx_c(I)*(Xi-X(I))+Ly_c(I)*(Yi-Y(I))+Lz_c(I)*(Zi-Z(I)))
/(Vy0*Stp)
1940* N_md(I+3*Number,5)=(Lx_c(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly_c(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz_c(I)*(Vzi-V
z(I))+Lxdlx(I)*(Xi-X
1950 CALL Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0+Vz0*Stp,Tmin(Mid),Tmin(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi
,Vzi)

```

```

1960 N_md(1,6)=(Ax_o(1)*(Xi-X(I))+Ay_o(1)*(Yi-Y(I))+Az_o(1)*(Zi-Z(I)))/(Vz0*Stp
)/Rho_c(1)
1970 N_md(I+Number,6)=(Dx_o(1)*(Xi-X(I))+Dy_o(1)*(Yi-Y(I))+Dz_o(1)*(Zi-Z(I)))/(
Vz0*Stp)/Rho_c(1)
1980 N_md(I+2*Number,6)=(Lx_c(1)*(Xi-X(I))+Ly_c(1)*(Yi-Y(I))+Lz_c(1)*(Zi-Z(I))
)/(Vz0*Stp)
1990 N_md(I+3*Number,6)=(Lx_c(1)*(Vxi-Vx(I))+Ly_c(1)*(Vyi-Vy(I))+Lz_c(1)*(Vzi-V
z(I))+Lxdjx(1)*(Xi-X
2000 NEXT I
2010 I
2020 I
2030 MAT T_md= IPN(N_md) ! TRANSPOSE
2040 MAT Laorhodot= T_md*Del_ladrhodot
2050 MAT Dcm= T_md*N_md
2060 MAT Dcm_inv= INV(Dcm)
2070 MAT Delta= Dcm_inv*Laorhodot
2080 I
2090 Del_x=Delta(1)
2100 Del_y=Delta(2)
2110 Del_z=Delta(3)
2120 Del_vx=Delta(4)
2130 Del_vy=Delta(5)
2140 Del_vz=Delta(6)
2150 I
2160 Iter=Iter+1
2170 PRINT "ITERATION=";Iter
2180 PRINT "DEL_X=";Del_x*Er, "DEL_Y=";Del_y*Er, "DEL_Z=";Del_z*Er, "IN KM"
2190 PRINT "DEL_VX=";Del_vx*Cs0, "DEL_VY=";Del_vy*Cs0, "DEL_VZ=";Del_vz*Cs0
2200 I
2210 X0=X0+Del_x
2220 Y0=Y0+Del_y
2230 Z0=Z0+Del_z
2240 Vx0=Vx0+Del_vx
2250 Vy0=Vy0+Del_vy

```

```

2260 Vz0=Vz0+Del_vz
2270 !
2280 PRINT "X=";X0*Er
2290 PRINT "Y=";Y0*Er
2300 PRINT "Z=";Z0*Er
2310 PRINT "VX=";Vx0*Cs0
2320 PRINT "VY=";Vy0*Cs0
2330 PRINT "VZ=";Vz0*Cs0
2340 PRINT
2350 PRINT
2360 ! CONVERGE?
2370* IF ABS(Del_x)<1ps AND ABS(Del_y)<1ps AND ABS(Del_z)<1ps AND ABS(Del_vx)<1p
s AND ABS(Del_vy)<1p
2380 !
2390 GOTO 1150
2400 PRINT "POSITION VECTOR IN BESSEL";X0,Y0,Z0
2410 PRINT "VELOCITY VECTOR IN BESSEL";Vx0,Vy0,Vz0
2420 Ae=6378.14 ! 1AU(1977)
2430 X0=X0*Er-.136
2440 Y0=Y0*Er+.521 ! BESSEL TO SAO
2450 Z0=Z0*Er+.681
2460 PRINT "DIFFERENTIALLY CORRECTED POSITION AND VELOCITY"
2470 PRINT "X0=";X0;"KM", "Y0=";Y0;"KM", "Z0=";Z0;"KM"
2480 PRINT "VX0=";Vx0*Cs0;"KM/S", "VY0=";Vy0*Cs0;"KM/S", "VZ0=";Vz0*Cs0;"KM/S"
2490 !
2500 X0=X0/Ae
2510 Y0=Y0/Ae ! IN SAO ER UNIT
2520 Z0=Z0/Ae
2530 !
2540 CALL Sixele(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0)
2550 END
2560 !
2570 ! f and g series
2580 !

```

```

2590 SUB Fandq(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T0,T,X,Y,Z,Vx,Vy,Vz)
2600 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,ELong
2610 RA0
2620 R0=SQR(X0*X0+Y0*Y0+Z0*Z0)
2630 D0=(X0*Vx0+Y0*Vy0+Z0*Vz0)/Mu
2640 V0=SQR(Vx0*Vx0+Vy0*Vy0+Vz0*Vz0)
2650 A=2/R0-V0*V0/Mu
2660 A=1/A
2670 E=SQR((1-R0/A)*(1-R0/A)+D0*D0/A)
2680 P=R0*(2-R0/A)-D0*D0
2690 Q=R0-D0*D0/2
2700 Ce=1-R0/A
2710 Se=D0/SQR(A)
2720 Mm0=(T-T0)*K/A^1.5*SQR(Mu)
2730 REM SOLVING KEPLER'S EQUATION FOR GG
2740 REM BY NEWTON-RHAPSON PROCEDURE
2750 lsp=1.E-6
2760 FOR G=.5 TO 2 STEP .5
2770 * Gg=G-(G+Se*SIN(G)*SIN(G)-Ce*SIN(G)*COS(G)-.5*Mm0)/(1+2*Se*SIN(G)*COS(G)-Ce
      *(1-3*SIN(G)*SIN(G))
2780 IF ABS(Gg-G)<lsp THEN GOTO 2850
2790 G=Gg
2800 I1=I1+1
2810 IF I1>10 THEN GOTO 2830
2820 GOTO 2770
2830 I1=0
2840 NEXT G
2850 Ee0=2*Gg
2860 C=Ax(1-COS(Ee0))
2870 S=SQR(A)*SIN(Ee0)
2880 F=1-C/R0
2890 G=(R0*S+D0*C)/SQR(Mu)
2900 R=R0+(1-R0/A)*C+D0*S
2910 Fdot=-SQR(Mu)*S/(R*R0)

```

```

2920 Gdot=1-C/R
2930 X=F*X0+G*Vx0
2940 Y=F*Y0+G*Vy0
2950 Z=F*Z0+G*Vz0
2960 Vx=Fdot*X0+Gdot*Vx0
2970 Vy=Fdot*Y0+Gdot*Vy0
2980 Vz=Fdot*Z0+Gdot*Vz0
2990 SUBEND
3000 !
3010 ! Azimuth and Elevation to Right ascension and Declination
3020 !
3030 SUB Aetord(Azim,Elev,T,Ra,Dec)
3040 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong
3050 DEG
3060 Tu=(Jd-2415020.0)/36525
3070 Gst=99.6909833+36000.7689*Tu+.00038708*Tu*Tu
3080 Lst=Gst+Dt*(T-0)+Elong
3090 Lxh=-COS(Azim)*COS(Elev)
3100 Lyh=SIN(Azim)*COS(Elev)
3110 Lzh=SIN(Elev)
3120 Sx=SIN(Glat)*COS(Lst)
3130 Sy=SIN(Glat)*SIN(Lst)
3140 Sz=-COS(Glat)
3150 Ex=-SIN(Lst)
3160 Ey=COS(Lst)
3170 Ez=0
3180 Zx=COS(Lst)*COS(Glat)
3190 Zy=SIN(Lst)*COS(Glat)
3200 Zz=SIN(Glat)
3210 !
3220 Lx=Sx*Lxh+Ex*Lyh+Zx*Lzh
3230 Ly=Sy*Lxh+Ey*Lyh+Zy*Lzh
3240 Lz=Sz*Lxh+Ex*Lyh+Zz*Lzh
3250 !

```

```

3260 Dec=ASN(Lz)
3270 Ra=ATN(Ly/Lx)
3280 IF Lx<0 THEN
3290   Ra=Ra+180
3300 ELSE
3310   IF Ly<0 THEN
3320     Ra=Ra+360
3330   ELSE
3340     Ra=Ra
3350   END IF
3360 END IF
3370 SUBEND
3380 !
3390 ! Six orbital elements
3400 !
3410 SUB Sixele(X,Y,Z,Vx,Vy,Vz)
3420 !
3430 ! DETERMINE SIX ORBITAL ELEMENTS
3440 !
3450 DEG
3460 K=.07436680 ! IAU(1977)
3470 Rr=SQR(X*X+Y*Y+Z*Z)
3480 Rv=SQR(Vx*Vx+Vy*Vy+Vz*Vz)
3490 Vv=(X*Vx+Y*Vy+Z*Vz)/Rr
3500 Vr=X*Vx+Y*Vy+Z*Vz
3510 Hx=Y*Vz-Z*Vy
3520 Hy=Z*Vx-X*Vz
3530 Hz=X*Vy-Y*Vx
3540 Hh=SQR(Hx*Hx+Hy*Hy+Hz*Hz)
3550 Sa=Rr/(2-Rr*Rv*Rv)
3560 PRINT "SEMI-MAJOR AXIS=";Sa;"E.L."
3570 PRINT "SEMI-MAJOR AXIS=";Sa*6378.14;"KM"
3580 C1=Hz/Hh
3590 S1=SQR(1-C1*C1)

```

```

3600 Inc=ATN(Si/Ci)
3610 IF Inc<0 THEN Inc=180+Inc
3620 PRINT "INCLINATION=";Inc
3630 Slo=Hx/(Hh*Si)
3640 Clo=-Hy/(Hh*Si)
3650 PRINT "CHECK SLO^2+CLO^2=";Slo*Slo+Clo*Clo
3660 Lo=ATN(Slo/Clo)
3670 IF Clo<0 THEN
3680 Lo=Lo+180
3690 ELSE
3700 IF Slo>0 THEN
3710 Lo=Lo
3720 ELSE
3730 Lo=Lo+360
3740 END IF
3750 END IF
3760 PRINT "LONGITUDE OF ASCENDING NODE=";Lo
3770 ! SEE(ECC*SIN E), CEE(ECC*COS E)
3780 Cee=1-Rr/Sa
3790 See=Vr/SQR(Sa)
3800 E=SQR(See*See+Cee*Cee)
3810 PRINT "ECCENTRICITY=";E
3820 ! ESV(ECC*SIN V),ECV(ECC*COS V)
3830 Ecv=Hh*Hh/Rr-1
3840 Esv=Hh*Vv
3850 V=ATN(Esv/ECv)
3860 IF Ecv<0 THEN
3870 V=V+180
3880 ELSE
3890 IF Esv>0 THEN
3900 V=V
3910 ELSE
3920 V=V+360
3930 END IF

```

```

3940 END IF
3950 PRINT "V=";V
3960 ! REM RSU(R*SIN U), RCU(R*COS U)
3970 RCU=X*CL0+Y*S10
3980 RSU=Z/S1
3990 U=ATN(RSU/RCU)
4000 IF RCU<0 THEN
4010 U=U+180
4020 ELSE
4030 IF RSU>0 THEN
4040 U=U
4050 ELSE
4060 U=U+180
4070 END IF
4080 END IF
4090 PRINT "U=";U
4100 ! SO(SMALL OMEGA)
4110 So=U-V
4120 IF So<0 THEN So=360+So
4130 PRINT "ARGUMENT OF PERIGEE=";So
4140 ! T(TIME OF PERIFOCAL PASSAGE)
4150 Ee=2*ATN(TAN(V/2)/SQR((1+E)/(1-E)))
4160 Mm=Ee-E*SIN(Ee)
4170 Manom=Mm
4180 IF Manom<0 THEN Manom=360+Manom
4190 PRINT "MEAN ANOM=";Manom
4200 Mm=Mm*PI/180
4210 Tt=T-Mm*Sg^1.5/K
4220 PRINT "T=";Tt;"MIN"
4230 Tt=Jd+Tt/60/24
4240 PRINT "TIME OF PERIFOCAL PASSAGE=";Tt
4250 SURENO

```